

Anne Vedø

**Estimering av materialfordelingen til
husholdningsavfall i 2004**

Dokumentasjon av estimeringsmetoder

© Statistisk sentralbyrå, oktober 2010 Ved bruk av materiale fra denne publikasjonen skal Statistisk sentralbyrå oppgis som kilde.	Standardtegn i tabeller	Symbol
ISBN 978-82-537-7945-4 Trykt versjon	Tall kan ikke forekomme	.
ISBN 978-82-537-7946-1 Elektronisk versjon	Oppgave mangler	..
ISSN 1891-5906	Oppgave mangler foreløpig	...
Emne: 01.90	Tall kan ikke offentliggjøres	:
Trykk: Statistisk sentralbyrå	Null	-
	Mindre enn 0,5 av den brukte enheten	0
	Mindre enn 0,05 av den brukte enheten	0,0
	Foreløpig tall	*
	Brudd i den loddrette serien	—
	Brudd i den vannrette serien	
	Desimaltegn	,

Forord

Dette notatet er ett av resultatene av et prosjekt som har hatt som hovedformål å estimere fordelingen til husholdningsavfallet i Norge i 2004. I hovedrapporten fra prosjektet [1] finnes en utførlig beskrivelse av bakgrunn, hensikt og datagrunnlag. Formålet med dette notatet er å gi en matematisk beskrivelse av de to aktuelle estimeringsmetodene, utarbeide usikkerhetsestimater og sammenligne metodene. Vi har beskrevet begreper og data brukt i analysen i den grad det er nødvendig for å forstå estimeringsmetodene.

Hovedtrekkene i selve estimeringsmetodene er utarbeidet av seksjon 220, mens seksjon 720 har formalisert modellene og beregnet usikkerhet. Håkon Skullerud har bidratt med grundig gjennomlesing og nyttige kommentarer.

Sammendrag

Vår hensikt er å fordele alt husholdningsavfallet i Norge i 2004 på 11 forskjellige avfallstyper.

Vårt datagrunnlag består av Kostra-data og sorteringsanalyser. Kostra-data inneholder antall tonn utsortert avfall av hver avfallstype samt restavfall, og finnes for alle kommuner. Sorteringsanalyser estimerer fordelingen i restavfallet, og finnes for noen utvalgte kommuner.

Vi undersøker to ulike estimeringsmetoder, kalt indirekte og direkte metode. I den indirekte metoden modelleres fraksjonsfordelingen for alt avfall, uavhengig av om avfallet er kastet gjennom en sorteringsordning eller i restavfallet. Vi kan da anta en tilnærmet lik fordeling i de forskjellige kommunene. I den direkte metoden modelleres fraksjonsfordelingen bare i restavfallet. Denne fordelingen vil bli påvirket av hvilke sorteringsordninger som finnes i kommunen.

Begge metodene beskrives med statistiske modeller, og usikkerheten i estimatene anslås.

De to metodene gir omtrent samme estimerte fordeling for husholdningsavfall, og presisjonen er også omtrent den samme. Den direkte metoden har imidlertid den fordel at resultatene alltid er konsistente med Kostra-dataene. Vi anbefaler derfor den direkte metoden.

Innhold

Forord	3
Sammendrag	4
1. Innledning	6
1.1. Klassifisering av husholdningsavfall	6
1.2. Problemstilling og oversikt.....	7
2. Populasjon	8
3. Data	8
3.1. KOSTRA	8
3.2. Sorteringsanalyser	9
4. Imputering	12
4.1. Indirekte metode.....	12
4.2. Direkte metode.....	14
5. Estimering og usikkerhet – indirekte metode	14
5.1. Strata.....	14
5.2. Kort oversikt over estimeringsmetoden	15
5.3. Modell for en fraksjons andel av totalt avfall.....	16
5.4. KOSTRA-data	17
5.5. Faktiske andeler i restavfallet	17
5.6. Estimerte andeler i restavfallet	17
5.7. Estimering av fordelingen i hver kommune	18
5.8. Estimering av andeler på populasjonsnivå	21
5.9. Estimering av variansparametrene i sorteringsanalysene	22
5.10. Estimering av variansparametrene i modellen for andeler	25
6. Resultater – indirekte metode	27
6.1. Hovedresultater	27
6.2. Med strata	27
6.3. Alternativer i usikkerhetsestimeringen	28
6.4. Estimater på kommunenivå.....	29
7. Estimering og usikkerhet – direkte metode	31
7.1. Strata.....	31
7.2. Kort oversikt over estimeringsmetoden	32
7.3. Modell for en fraksjons andel av restavfallet	32
7.4. Estimering av fordelingen i hver kommune	32
7.5. Estimering av variansparametrene i modellen for andeler i restavfallet	35
8. Resultater – direkte metode	37
8.1. Hovedresultater	37
8.2. Alternativ stratumgrense	38
8.3. Utsortert avfall	39
9. Sammenligning av variansene	39
9.1. Variansestimatorenes følsomhet overfor feil i Kostra-dataene	41
9.2. Variansestimatorenes skjevhet	41
10. Feilkilder	42
11. Konklusjon	43
12. Programmer og datafiler	43
12.1. Datafiler	43
12.2. Programmer	43
12.3. Variabelnavn	44
Referanser	45
Tabellregister	46

1. Innledning

1.1. Klassifisering av husholdningsavfall

Husholdningsavfall kan klassifiseres i *fraksjoner*, eller typer avfall etter hvilket materiale avfallet består av. I denne analysen opererer vi med følgende elleve hovedfraksjoner:

1. Papir, papp, kartong og drikkekartong:
 - a. Emballasje av papir/papp/kartong
 - Drikkekartong av juice, melkekartong til melk, fløte, drikeyoghurt, syltetøy, sauser, puddinger
 - Bølgepapp: brun bølgepapp som esker, omslag, brune poser etc.
 - Annet papir/kartong: lettkartong, emballasje esker og plater av papp, pizzaesker, eggekartong, sukker- og melposer etc.
 - b. Annet papp/papir
 - Lesestoff: avis/magasin, aviser og trykksaker av aviskvalitet, ukeblader, tidsskrifter, brosjyrer, telefonkataloger, bøker.
 - Annet papir/kartong: skrivepapir, kontorpapir, datalister, bøker, komposterbart papir: tørkepapir og servietter
2. Matavfall:
 - Alle matrester av frukt, grønnsaker, kjøtt, fisk, brød og melprodukter,
 - eggeskall inkl. bein, og teposer, kaffeposer.
3. Park og hageavfall
 - blomster, planter, jord, hageavfall.
4. Plast:
 - Hardplast
 - Flasker og kanner, for eksempel yoghurtbeger, ketchup- og sennepsflasker,
 - Syltetøyspann, såpe og shampoflasker, pille- og dropsemballasje der plast har størst andel
 - Mykplast
 - Plastemballasje egnet for gjenvinning
 - Panteflasker
 - Annen plast
5. Glass:
 - Glassemballasje
 - Annet glass
6. Metall:
 - Metallemballasje, hovedsakelig blikk-/aluminiumbokser for drikke, matvarer, skrukorker, tuber, spraybokser.
 - Annet metall: Gjenstander eller deler av jern- og metaller fra ulike produkter, skruer, spiker, jernbiter etc.
7. Tekstiler:
 - Klær, håndklær, gardiner, sengetøy, tepper, ull, bomull, syntetiske stoffer etc.
8. EE-avfall:
 - Lyspærer, kabler og ledninger, belysning, batterier, lommelykter, elektrisk leketøy, telefoner, radioer, hvitevarer, barbermaskiner.

9. Farlig avfall:

- Kjemikalier, syrer og baser, maling, lim og lakk, olje (filler, filtre etc.), plantevernmidler, white-spirit, spraybokser med rester, etc.

10. Annet brennbart:

- Sko, gummi, lær, trevirke, tau, leker av tre, korker, trematerialer.
- Bleier/bind inkl. evt. innhold og omviklet toalettpapir.

11. Annet ikke brennbart:

- Keramikk, porselen, stein/grus, aske, leire, tegl, steinull, etc.

1.2. Problemstilling og oversikt

Vårt mål er å fordele alt husholdningsavfall i Norge i 2004 på de 11 fraksjonene.

Kommunene tilbyr forskjellige sorteringsordninger til husholdningene. De fleste har for eksempel mulighet til å kaste papir i egne beholdere, mens ikke alle har mulighet til å sortere ut matavfall og plast. Videre har noen kommuner valgt henteordning for flere fraksjoner, som betyr at kommunen (eller et interkommunalt avfallsselskap) henter de aktuelle fraksjonene hjemme hos husholdningene. Andre kommuner har satset mer på bringeordninger, hvor husholdningene tar med det utsorterte avfallet til sentralt plasserte containere (miljøstasjoner, igloer for glass og metall, etc.). Det avfallet husholdningene kaster gjennom egne sorteringsordninger kalles *utsortert* avfall. Det avfallet som ikke blir sortert ut, kalles *restavfall*.

Restavfallet er en blanding av alle de elleve fraksjonene. Fordelingen i restavfallet i en kommune blir påvirket av sorteringsordningen i kommunen. Hvis det for eksempel er lett å kaste plast i egne beholdere, blir det mindre plast i restavfallet. Det ble derfor antatt at fraksjonsfordelingen for alt avfall, uansett hvor det er kastet, er mer konstant fra kommune til kommune enn fordelingen i bare restavfallet.

Gjennom Kostra kjenner vi antall tonn utsortert avfall av hver fraksjon og antall tonn restavfall på kommunenivå. Det vi mangler for å regne ut total fordeling av husholdningsavfall, er altså hvordan restavfallet fordeler seg på de ulike fraksjonene.

Fordelingen i restavfallet undersøkes i såkalte sorteringsanalyser. Slike analyser har blitt foretatt av flere avfallsselskaper og kommuner. De gjennomføres typisk ved å velge ut områder man mener er representative for kommunen, og samle inn restavfallet herfra på en ordinær henterute med søppelbil. Avfallet kjøres til sorteringsstedet, der en prøve på for eksempel 500 kg blir tatt ut og sortert manuelt. Vi har sorteringsanalyser fra 25 kommuner og avfallsselskaper, som til sammen står for 43 prosent av husholdningsavfallet i Norge i 2004.

Vi kommer til å undersøke to ulike estimeringsmetoder, som vi kaller indirekte og direkte metode. I den indirekte metoden modelleres fraksjonsfordelingen for alt avfall, uansett hvor det er kastet. Denne fordelingen antas å være omtrent lik fra kommune til kommune, men med noe tilfeldig variasjon. Siden vi modellerer fordelingen for alt avfall, trenger vi ikke å ta hensyn til at sorteringsordningene varierer mellom kommuner. I kommuner der vi ikke har sorteringsanalyser, antar vi at fordelingen er som gjennomsnittet i utvalgs kommunene. Vi bruker da bare Kostra-data om total mengde avfall i 2004 i disse kommunene.

I den direkte metoden modelleres fraksjonsfordelingen i restavfallet. Denne antas tilnærmet lik for kommuner i samme stratum, der vi har delt inn i to strata etter mengde utsortert matavfall. Restavfallet i kommuner uten sorteringsanalyser blir fordelt som gjennomsnittet i utvalget i samme stratum. Deretter legger vi til utsortert avfall fra Kostra.

Den indirekte metoden eliminerer usikkerheten ved at ulik sorteringsgrad gir varierende restavfallssammensetning i kommunene. På den annen side utnytter den direkte metoden en større del av det rapporterte datamaterialet, ved at Kostra-dataene for utsortert mengde avfall utnyttes for alle kommuner, og ikke bare for kommuner i utvalget. Det var derfor ikke gitt hvilken av de to metodene som ville gi riktigst fordeling og lavest usikkerhet. Det ble derfor gjort beregninger med begge metoder, for å sammenligne resultatene.

For begge metodene tar usikkerhetsestimaterne hensyn til at sorteringsanalysene er usikre, og at vi bare har data fra et utvalg av alle kommuner, men de tar ikke hensyn til usikkerhet i Kostra-dataene.

De to metodene gir omtrent samme estimerte fordeling for husholdningsavfall, og presisjonen er også omtrent den samme. Den direkte metoden har imidlertid den fordel at resultatene alltid er konsistente med Kostra-dataene. Vi anbefaler derfor den direkte metoden.

2. Populasjon

I utgangspunktet er undersøkelsespopulasjonen alle kommuner i 2004. Fordi noen sorteringsanalyser bare oppgir resultater på selskapsnivå og ikke på kommunenivå, må vi slå sammen noen kommuner (se kapittel 3.2). Enhetene i populasjonen blir derfor en blanding av kommuner og selskaper. Vi kommer likevel til å kalle dem kommuner i dette notatet. Vi har forsøkt å bruke kommune som enhet i størst mulig grad, men i de tilfellene der vi ikke har data på kommunenivå fra et selskap alle relevante år, er selskapsnivå brukt.

3. Data

Vi har data fra sorteringsanalyser og fra Kostra. Kostra-data finnes for alle kommuner i Norge for årene 2001 og senere. Sorteringsanalysene vi bruker er gjennomført fra 2002 til 2006. Vårt undersøkelsesår er 2004, men vi antar at avfallsfordelingen er omtrent lik i perioden 2002 til 2006, slik at vi kan bruke data fra hele denne perioden. Både den indirekte og den direkte metoden benytter sorteringsanalyser fra hele perioden. I den indirekte metoden kombineres hver sorteringsanalyse med Kostra-data fra samme år, mens i den direkte metoden benyttes kun Kostra-data fra 2004.

3.1. KOSTRA

Kostra-data gir mengde utsortert husholdningsavfall av hver fraksjon og mengde restavfall, og dermed også total mengde husholdningsavfall, i hver kommune. Omtrent halvparten av avfallet er kastet som restavfall på landsnivå. Kostra bruker litt andre fraksjoner enn de vi bruker i denne analysen:

Tabell 3.1. Fraksjonene i Kostra sammenlignet med fraksjonene brukt i denne analysen

Kostra	Sorteringsanalyser (etter bearbeiding av SSB)
Papir, papp	Papir, papp
Plast	Plast
Glass	Glass
Metall	Metall
Tekstiler	Tekstiler
EE-avfall	EE-avfall
Våtorganisk avfall	..
..	Mat
Parkavfall	Parkavfall
Treavfall	..
..	Annet brennbart
Farlig avfall	Farlig avfall
Annet	..
..	Annet ikke brennbart

Vi har i denne analysen satt *treavfall* lik *annet brennbart* og *annet* lik *annet ikke brennbart*. Matavfall er ikke en egen kategori i Kostra. Våtorganisk inneholder mye matavfall, men også en del andre ting. Vi måtte derfor fordele våtorganisk avfall på de andre fraksjonene ved hjelp av sorteringsanalysene (se avsnitt 3.2). Tabellen under viser Kostra-dataene for de årene og kommunene der vi har sorteringsanalyser. Øvrige Kostra-data finnes i Statistikkbanken (emne 01.05.10, tabell 05458).

Tabell 3.2. Kostra-data. Utsortert avfall og restavfall som prosent av alt avfall

Navn	År	Papir	Glass	Plast	Me-		Park	Tek- stil	Far- lig	Brenn- bart	Ikke brenn-		Tonn avfall	
					tall	EE					Rest	bart		
Bærum	2 005	21,7	2,7	0,2	2,5	1,1	0,0	15,5	1,4	1,3	9,1	1,5	43,0	45 135
Asker	2 005	18,0	3,3	1,3	3,4	2,2	0,0	9,9	1,3	1,8	7,8	0,2	50,7	21 343
Oslo	2 005	17,7	2,2	0,0	1,8	1,6	0,0	3,5	0,8	0,8	5,9	6,4	59,2	217 133
Arendal	2 003	22,6	5,1	2,8	1,6	0,8	17,8	0,6	0,0	0,4	3,3	0,2	44,8	10 392
Birkenes	2 003	15,3	2,3	1,2	3,9	2,4	12,5	5,4	1,2	1,6	9,1	0,7	44,5	1 806
Evje og Hornes	2 003	12,5	2,4	0,7	3,5	3,4	8,8	1,3	0,0	0,7	4,4	0,7	61,7	1 307
Kristiansand	2 003	16,9	0,5	0,2	3,0	1,3	13,9	5,9	0,1	1,5	11,3	2,5	42,9	26 429
Kristiansand	2 006	15,9	1,5	0,7	2,7	2,3	9,5	9,3	0,0	1,8	12,2	3,9	40,3	35 019
Mandal	2 003	11,8	1,8	0,5	3,0	0,7	11,9	2,0	0,5	0,8	17,2	0,7	49,1	4 875
Mandal	2 006	12,7	0,9	1,6	1,8	0,5	12,7	3,2	0,0	0,1	15,3	0,6	50,5	3 723
Vennesla	2 003	16,6	0,5	0,2	3,0	1,3	11,7	8,5	0,1	1,5	11,3	2,5	42,9	4 318
Vennesla	2 006	16,9	1,5	0,6	2,7	2,3	12,3	5,7	0,0	1,8	12,2	3,8	40,3	5 672
Songdalen	2 003	16,5	0,5	0,2	3,0	1,3	13,3	6,9	0,2	1,5	11,2	2,4	42,9	1 916
Songdalen	2 006	20,2	1,9	0,7	3,3	2,8	14,5	7,4	0,1	0,0	0,4	0,0	48,7	2 106
Søgne	2 003	17,1	0,5	0,2	3,0	1,3	14,0	5,7	0,1	1,5	11,2	2,5	42,9	3 432
Søgne	2 006	20,6	1,8	0,7	3,3	2,8	12,9	8,8	0,0	0,0	0,4	0,0	48,7	3 755
Stavanger	2 002	20,7	2,1	1,0	1,6	4,2	24,1	5,1	1,6	0,4	4,7	0,2	34,3	35 988
Stavanger	2 004	19,2	2,2	1,0	1,4	3,0	22,3	6,6	1,3	1,0	4,6	0,2	37,2	41 669
Hå	2 002	18,2	1,8	0,8	1,4	3,7	21,2	4,4	1,4	0,3	4,2	0,2	42,3	5 343
Klepp	2 002	18,2	1,8	0,8	1,4	3,7	21,2	4,5	1,4	0,3	4,2	0,2	42,3	5 215
Time	2 002	18,2	1,8	0,8	1,4	3,7	21,2	4,4	1,4	0,3	4,2	0,2	42,3	5 131
Gjesdal	2 002	18,2	1,8	0,8	1,4	3,7	21,2	4,5	1,4	0,3	4,2	0,2	42,2	3 451
Sola	2 002	18,2	1,8	0,8	1,4	3,7	21,2	4,4	1,4	0,3	4,1	0,2	42,3	7 224
Randaberg	2 002	18,2	1,8	0,8	1,4	3,7	21,2	4,4	1,4	0,3	4,1	0,2	42,2	3 333
Rennesøy	2 002	18,2	1,8	0,8	1,4	3,7	21,2	4,5	1,4	0,3	4,2	0,2	42,3	1 242
Bergen	2 002	11,9	1,5	0,1	2,4	1,5	0,0	2,0	0,7	0,5	7,2	8,4	63,9	95 194
Bergen	2 003	12,3	1,6	0,1	3,0	1,2	0,0	2,3	0,8	1,4	7,0	0,2	70,1	90 482
Bergen	2 005	15,1	1,7	0,1	4,2	1,0	0,8	2,8	0,8	3,0	9,5	0,2	61,0	105 220
Trondheim	2 002	20,7	2,7	0,3	1,1	1,7	0,0	4,7	0,8	0,5	1,7	0,6	65,2	49 709
HRA	2 006	15,3	1,5	1,1	4,5	2,6	9,3	22,1	0,1	0,6	9,4	0,1	33,5	37 276
NOMIL	2 004	15,7	2,6	1,1	5,7	3,5	2,8	0,2	0,0	1,2	7,3	0,0	59,7	4 512
RID	2 002	16,9	2,5	0,9	3,5	1,9	10,1	6,8	0,9	0,6	10,7	4,3	41,0	35 490
RID	2 006	16,3	1,8	0,8	3,7	2,4	9,2	7,3	0,6	2,1	11,2	0,7	43,8	84 617
VESAR	2 002	16,1	2,6	0,3	5,9	1,5	8,2	8,3	0,9	0,9	6,7	1,6	47,0	76 517
VESAR	2 006	16,0	2,4	0,4	3,4	3,0	8,1	11,2	0,7	1,6	10,7	2,8	39,8	97 888

3.2. Sorteringsanalyser

Under er en oversikt over hvilke kommuner og selskaper vi har sorteringsanalyser fra, hvilket år de er utført, hvilke kommuner som betjenes av hvert selskap der det er nødvendig å vite, hvilke som er undersøkt i sorteringsanalysen fra selskapet, om vi har data på selskapsnivå eller kommunenivå, og ev. andre kommentarer. Seksjon

220 har vurdert kvalitet og relevans på sorteringsanalysene, og ikke alle er funnet brukbare [1]. Analyser foretatt utenfor perioden 2002 – 2006 er utelatt. Likedan analyser gjennomført uten standard metodikk eller med mangelfull dokumentasjon. Data som bare finnes på selskapsnivå er merket lysegrått. De analysene som ikke skal brukes, er merket med en mørkere gråfarge.

Tabell 3.3. Oversikt over sorteringsanalyser

Enhet	År	Betjente og utvalgte kommuner (for selskaper)	Kommentar
Kristiansand	2 003		
Kristiansand	2 006		
Songdalen	2 003		
Songdalen	2 006		
Søgne	2 003		
Søgne	2 006		
Vennesla	2 003		
Vennesla	2 006		
Arendal	2 003		
Birkenes	2 003		
Mandal	2 003		
Mandal	2 006		
Evje og Hornnes	2 003		
RKR/Agder	2 003	Samplet: Kristiansand, Songdalen, Søgne, Vennesla, Arendal, Birkenes, Mandal, Evje og Hornnes	Har fordeling for hver enkelt kommune
RKR/Agder	2 006	Samplet: Kristiansand, Songdalen, Søgne, Vennesla, Mandal	Har fordeling for hver enkelt kommune
Sola	2 002		
Stavanger	2 002		
Stavanger	2 004		
Randaberg	2 002		
Rennesøy	2 002		
Gjesdal	2 002		
Hå	2 002		
Time	2 002		
Klepp	2 002		
IVAR	2 002	Samplet: Sola, Stavanger, Randaberg, Rennesøy, Gjesdal, Hå, Time, Klepp	Har fordeling for hver enkelt kommune
Re	2 002		
Nøtterøy	2 002		
Sandefjord	2 002		
VESAR	2 002	Betjener: Andebu, Horten, Hof, Holmestrand, Larvik, Nøtterøy, Sandefjord, Stokke, Tjøme, Tønsberg, Re Samplet: Re, Nøtterøy, Sandefjord	Har fordeling for hver enkelt av de samlede kommunene Har også en totalfordelingen som gjelder hele det betjente området
VESAR	2 006	Betjener: Som over Samplet: Noen andre enn de over	Har ikke fordeling for hver enkelt kommune Har bare en totalfordeling som gjelder hele det betjente området
Drammen	2 002		
Øvre Eiker	2 002		
Sande	2 002		
Hurum	2 002		
RfD	2 002	Betjener: Drammen, Øvre Eiker, Sande, Hurum, Lier, Modum, Nedre Eiker, Røyken, Svelvik Samplet: Drammen, Øvre Eiker, Sande, Hurum	Har fordeling for hver enkelt av de samlede kommunene Har også en totalfordelingen som gjelder hele det betjente området Heter RID i datasettet
RfD	2 006	Betjener: Som over Samplet: Uoppgitt	Har ikke fordeling for hver enkelt kommune Har bare en totalfordeling som gjelder hele det betjente området
HRA	1 998		UT

		Betjener: Gran, Lunner, Jevnaker, Ringerike, Hole Samplet: Lunner, Ringerike	Har ikke fordeling for hver enkelt kommune Har bare en totalfordeling som gjelder hele det betjente området
HRA	2 006		UT
NGIR	2003/2 004	Modalen, Meland, Radøy, Lindås, Austrheim, Fedje, Masfjorden, Gulen, Solund	UT
SIM	2 004	Sveio, Bømlo, Stord, Fitjar, Tysnes, Kvinnherad, Austevold	UT
MNA	2 005	Roan, Osen, Namsos, Namdalseid, Grong, Høylandet, Overhalla, Fosnes, Flatanger, Vikna, Nærøy, Leka, Bindal	UT
Grenland	2 002	Porsgrunn, Skien, Siljan, Bamble	UT
Trondheim	2 001		UT
Trondheim	2002(april)		Har 0 på farlig avfall. Er inneholdt i brennbart og ikke brennbart.
Trondheim	2002(juni)		Som over Mangler tekstiler, EE-avfall og annet ikke brennbart. Dette er inneholdt i annet brennbart.
Bergen	2 002		Som over
Bergen	2 003		Som over
Bergen	2 005		Som over
		Betjener: Stryn, Gloppen, Selje, Bremanger, Eid, Hornindal Samplet: Stryn, Gloppen, Selje	Har ikke fordeling for hver enkelt kommune Har bare en totalfordeling som er et gjennomsnitt av de tre samlede. Vi har satt inn 0,1 for farlig avfall (dette tallet står i rapporten fra NOMILs sorteringsanalyse).
NoMiL	2 004		
Asker	2 005		
Bærum	2 005		

Vi bruker kommunefordelingen hvis den er tilgjengelig for alle år. Ellers bruker vi fordelingen på selskapsnivå alle år. Dette vil si at vi bruker selskapsfordelingen for VESAR, RfD, HRA og NOMIL.

Tabell 3.4. Data fra sorteringsanalysene

Prosentandeler i restavfallet. Tall i grått er imputert, etter henholdsvis indirekte og direkte metode

Navn	År	Selskap	Papir	Glass	Plast	Metall	EE-avfall	Mat	Park	Tekstil	Farlig	Annet brennbart	Annet ikke brennbart
Bærum	2 005	Bærum	13,4	3,9	10,1	1,2	0,8	49,2	3,6	3,9	0,3	11,7	1,9
Asker	2 005	Asker	12,4	3,7	9,3	2,1	0,6	51,5	3,9	4,2	0,3	10,3	1,7
Oslo	2 005	Oslo	25,1	5,1	12,9	2,9	0,6	30,0	4,1	3,9	0,3	10,4	4,7
Arendal	2 003	RKR	11,7	2,5	19,3	2,5	1,3	22,5	2,1	10,3	0,3	21,0	6,6
Birkenes	2 003	RKR	13,5	4,6	16,9	4,0	1,7	22,1	1,2	4,2	0,1	23,4	8,4
Evje og Hornes	2 003	RKR	17,5	4,6	18,2	2,6	0,7	22,5	0,7	6,6	0,2	20,0	6,4
Kristiansand	2 003	RKR	17,4	6,3	16,9	4,3	3,1	18,7	2,5	6,7	0,3	19,4	4,5
Kristiansand	2 006	RKR	14,3	3,8	26,5	1,9	0,7	28,2	2,0	7,5	0,3	11,8	3,0
Mandal	2 003	RKR	19,9	3,7	16,1	3,2	1,0	15,8	3,7	9,2	0,0	23,7	3,7
Mandal	2 006	RKR	20,5	6,5	24,0	4,7	1,7	17,4	0,7	4,5	0,3	18,7	1,0
Vennesla	2 003	RKR	10,7	4,5	16,6	5,7	1,6	23,2	2,0	4,6	0,1	26,5	4,6
Vennesla	2 006	RKR	11,6	4,7	27,4	3,6	3,5	21,7	2,8	5,8	0,4	16,6	2,0
Songdalen	2 003	RKR	13,2	5,7	17,0	4,9	2,4	16,4	3,0	9,9	0,0	19,2	8,3
Songdalen	2 006	RKR	12,1	5,9	30,7	4,7	1,0	15,3	4,3	8,0	0,3	15,0	2,7
Søgne	2 003	RKR	14,0	3,2	20,3	5,1	0,8	25,7	1,2	4,9	0,1	21,4	3,4
Søgne	2 006	RKR	10,9	6,1	29,1	5,2	3,1	16,5	1,9	7,7	0,4	16,3	2,8
Stavanger	2 002	IVAR	10,2	1,5	17,1	4,3	0,6	22,9	2,1	4,7	0,9	27,2	8,5
Stavanger	2 004	IVAR	13,2	1,3	28,8	3,6	0,5	9,4	5,0	6,8	0,6	22,0	8,8
Hå	2 002	IVAR	7,9	2,4	21,8	3,7	0,5	13,7	0,6	8,3	1,1	30,4	9,6
Klepp	2 002	IVAR	11,0	1,8	15,9	4,7	4,1	16,6	0,2	6,4	0,3	29,7	9,3
Time	2 002	IVAR	6,8	1,9	16,7	3,4	0,5	25,7	2,1	7,7	0,4	26,6	8,2
Gjesdal	2 002	IVAR	9,3	2,0	18,8	7,3	0,6	17,0	2,5	5,2	0,6	28,0	8,7
Sola	2 002	IVAR	9,6	3,9	16,3	3,8	0,6	19,2	1,0	7,2	0,3	29,1	9,0
Randaberg	2 002	IVAR	24,6	2,7	18,5	2,9	1,0	13,6	1,7	4,7	0,6	22,7	7,1
Rennesøy	2 002	IVAR	13,8	3,1	15,1	5,5	0,9	27,7	6,9	3,6	0,9	17,2	5,3
Bergen	2 002	Bergen	27,2	4,3	9,6	3,0	1,8/0,55	27,6	9,5	3,1/4,0	0,7	9,9/10,4	3,4/3,1
Bergen	2 003	Bergen	25,4	4,2	8,6	1,8	2,0/0,53	29,9	11,7	2,8/3,9	0,8	9,4/10,1	3,5/3,0
Bergen	2 005	Bergen	29,7	5,5	10,8	1,7	2,3/0,47	27,4	7,9	2,8/3,5	1,5	7,0/9,0	3,6/3,5
Trondheim	2 002	Trondheim	15,7	2,8	14,5	2,6	0,2	40,0	1,6	5,3	0,8/0,4	12,4/12,7	4,1/4,2
Trondheim	2 002	Trondheim	17,1	1,3	8,8	1,6	0,1	43,5	4,0	4,7	0,8/0,4	13,7/14,0	4,4/4,5
HRA	2 006	HRA	14,0	4,2	12,0	7,1	0,9	26,3	2,0	5,9	0,7	23,1	3,7
NOMIL	2 004	NOMIL	15,8	2,2	11,5	4,0	0,5	51,1	1,4	3,3	0,1	6,9	3,2
RID	2 002	RID	13,8	4,1	16,0	3,3	0,8	29,8	4,5	6,5	0,4	15,8	5,1
RID	2 006	RID	15,3	2,1	13,0	2,8	0,5	24,9	3,6	3,8	0,1	30,2	3,6
VESAR	2 002	VESAR	15,0	2,7	20,0	2,8	0,8	31,5	1,0	4,0	0,3	18,0	3,9
VESAR	2 006	VESAR	17,1	3,0	15,8	3,0	0,6	25,6	2,8	3,9	0,1	25,0	3,1

Noen av sorteringsanalysene inneholder opplysninger om hvordan våtorganisk avfall fordeler seg. Dette ble brukt til å fordele våtorganisk avfall i Kostra-rapporteringen, for å få tall for andelen matavfall. Vi har følgende data:

Tabell 3.5. Fordeling for våtorganisk avfall i prosent

Kommune/ Selskap	År	Papir	Mat	Park	Plast	Glass	Metall	Tekstil	EE- avfall	Fartig	Brenn- bart	Ikke brenn- bart
Arendal	2003	7,21	91,58	0,64	0,54	0,01	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Arendal	2006	8,90	88,20	2,11	0,60	0,00	0,00	0,09	0,00	0,00	0,10	0,00
Birkenes	2003	7,45	85,64	3,51	1,96	0,02	0,36	1,06	0,00	0,00	0,00	0,00
Drammen	2002	2,20	73,91	12,98	2,82	0,12	0,72	0,72	0,00	0,02	1,52	4,99
Evje og Hornnes	2003	6,53	91,12	0,75	1,00	0,16	0,12	0,26	0,00	0,00	0,06	0,00
Hurum	2002	0,34	91,13	3,63	1,40	0,28	0,29	0,04	0,00	0,00	2,08	0,81
Kristiansand	2003	4,94	84,15	8,32	0,55	0,07	0,04	0,10	0,00	0,00	0,79	1,04
Kristiansand	2006	4,35	65,33	27,31	1,20	0,00	0,04	0,12	0,00	0,00	0,78	0,87
Mandal	2003	7,72	88,29	2,28	0,61	0,21	0,14	0,04	0,00	0,00	0,43	0,28
Mandal	2006	6,82	86,88	3,88	1,70	0,03	0,12	0,00	0,00	0,00	0,31	0,26
Sande	2002	1,33	88,48	2,47	2,23	0,01	0,30	0,12	0,00	0,00	4,15	0,91
Songdalen	2003	2,66	80,93	14,15	0,84	0,26	0,13	0,53	0,05	0,00	0,29	0,16
Songdalen	2006	10,13	82,21	5,80	0,75	0,11	0,10	0,35	0,00	0,00	0,55	0,00
Søgne	2003	6,24	84,98	7,22	0,41	0,04	0,04	0,04	0,01	0,00	0,28	0,74
Søgne	2006	12,13	73,04	13,63	0,76	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,44	0,00
Vennesla	2003	3,19	70,78	24,13	0,37	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,90	0,61
Vennesla	2006	11,59	84,90	2,61	0,39	0,00	0,12	0,01	0,00	0,00	0,29	0,09
VESAR	2006	2,94	93,42	0,71	2,12	0,10	0,03	0,01	0,00	0,04	0,62	0,01
Øvre Eiker	2002	1,18	81,69	9,63	1,55	0,75	0,72	0,88	0,00	0,02	1,57	2,01

For alle disse kommunene og årene unntatt Arendal 2006 har vi også sorteringsanalyser av restavfallet.

Den indirekte og den direkte metoden benytter forskjellige Kostra-data, og omfordelingen av våtorganisk avfall foregår derfor på litt forskjellig måte for de to metodene.

I den indirekte metoden trenger vi Kostra-data for hver fraksjon for de år og kommuner der vi har sorteringsanalyser for restavfall. For de kommunene og årene der vi kjenner fordelingen av våtorganisk avfall, bruker vi denne til å fordele om det våtorganiske avfallet. For kommunene i RfD (Drammen, Øvre Eiker, Sande og Hurum) setter vi inn 2002-data for 2006. VESAR behandles på selskapsnivå, og 2006-data brukes for 2002. For de resterende kommunene og årene der vi har fordeling av restavfall, setter vi for hver fraksjon inn gjennomsnittsprosenten over de kommunene og årene der vi kjenner fordelingen av våtorganisk avfall. Vi beregner først gjennomsnitt i hver kommune med kjent fordeling, og deretter gjennomsnittet over alle kommuner.

Den indirekte metoden benytter også Kostra-data for undersøkelsesåret 2004 for kommuner der vi ikke har sorteringsanalyser av restavfallet, men den bruker ikke data om hver enkelt fraksjon for disse kommunene. Det er derfor ikke nødvendig å omfordele våtorganisk avfall for 2004 for alle kommuner ved bruk av den indirekte metoden.

For den direkte metoden trenger vi Kostra-dataene for 2004 fordelt på fraksjoner for alle kommuner. For de kommunene der vi har sorteringsanalyser av våtorganisk avfall, bruker vi gjennomsnittsfordelingen for de årene vi har. For de andre kommunene bruker vi gjennomsnittet av de kjente kommunene.

4. Imputering

4.1. Indirekte metode

Bergen og Trondheim mangler noen fraksjoners andeler i sorteringsanalysene. Disse blir imputert. Vi gjør da en antakelse om at den manglende fraksjonens andel av det *totale* husholdningsavfallet i Trondheim/Bergen er omtrent lik andelen

fraksjonen har på landsbasis. I tillegg antar vi at fraksjonens andel av det totale avfallet er omtrent konstant fra år til år i den perioden sorteringsanalysene er utført, det vil si fra 2002 til 2006. Vi tenker oss altså at ”utsortert farlig avfall i Trondheim i 2002 pluss farlig avfall i restavfallet i Trondheim i 2002” delt på ”totalt avfall i Trondheim i 2002” er omtrent lik ”utsortert farlig avfall i Norge i 2004 pluss farlig avfall i restavfallet i Norge i 2004” delt på ”totalt avfall i Norge i 2004”. I en stratifisert versjon av estimeringsopplegget kan man bytte ut Norge med stratumet til Trondheim her.

Denne antagelsen er sannsynligvis mer rimelig enn å anta at andelen av en gitt fraksjon i restavfallet i en kommune kan tilnærmes med andelen i restavfallet fra andre kommuner eller hele landet, siden fordelingen i restavfallet avhenger av sorteringsordningen i kommunen.

For å få tak i et foreløpig estimat for fordelingen i det totale avfallet på landsbasis, kjøres estimeringsopplegget på det datasettet vi får når vi fjerner sorteringsanalyser med minst én manglende andel. Se neste avsnitt for en beskrivelse av estimeringsopplegget. Vi får da ut et estimat for fordelingen av totalt avfall i 2004, basert på den delen av datasettet som er komplett.

Ved å bruke Kostra-data for mengder utsortert avfall og totalt avfall for Trondheim 2002 og Bergen 2002, 2003 og 2005, kan vi nå utlede en estimert fordeling i restavfallet for Trondheim og Bergen i de aktuelle årene. Vi putter så inn disse andelenene der vi mangler tall, dvs. for farlig avfall i Trondheim og for EE-avfall, tekstiler og ”annet ikke brennbart” i Bergen.

For Trondheim mangler andelen for farlig avfall. Det farlige avfallet ligger i både ”annet brennbart” og ”annet ikke brennbart”, så disse to tallene må korrigeres. Vi regner likevel med at andelen for ”annet brennbart” og ”annet ikke brennbart” ikke er så veldig gale, siden det er veldig lite farlig avfall i restavfallet.

For farlig avfall imputerer vi nå den estimerte prosenten i restavfallet vi fikk basert på det foreløpige estimatet for fordelingen av det totale avfallet kombinert med Kostra-data for utsortert avfall. En tilsvarende prosentandel blir trukket ifra de to fraksjonene ”annet brennbart” og ”annet ikke brennbart”. Det trekkes en forholdsmessig mengde fra hver fraksjon, slik at de bevarer sitt innbyrdes størrelsesforhold.

Tabell 4.1. Prosentandeler før og etter imputering i Trondheim

	Farlig	Annet brennbart	Annet ikke brennbart
Trondheim 2002 april			
Før imputering	0	13,0	4,3
Estimerte andeler	0,8		
Etter imputering	0,8	12,4	4,1
Trondheim 2002 juni			
Før imputering	0	14,3	4,6
Estimerte andeler	0,8		
Etter imputering	0,8	13,7	4,4

For Bergen mangler tekstil, EE-avfall og ”annet ikke brennbart”. Dette ligger under ”annet brennbart”. Vi imputerer da for alle disse fire fraksjonene. Dette gjøres på en slik måte at de imputerte verdiene får samme innbyrdes størrelsesforhold som de foreløpige estimatene, og slik at summen av alle fraksjoner blir 100 prosent. For Bergen i år 2002 er det ekstremt mye utsortert annet ikke brennbart i Kostra (7969 tonn mot 226 og 205 tonn i 2003 og 2005), så estimert prosentandel blir negativ. Vi bruker derfor estimert prosentandel for 2003 her i stedet.

Tabell 4.2. Prosentandeler før og etter imputering i Bergen

	EE-avfall	Tekstil	Annet ikke Brennbart	Annet brennbart
Bergen 2002				
Før imputering				18,1
Estimerte andeler	2,5	4,3	-7,5 (bruker 4,8)	13,9
Etter imputering	1,8	3,1	3,4	9,9
Bergen 2003				
Før imputering				17,6
Estimerte andeler	2,7	3,8	4,8	13,0
Etter imputering	2,0	2,8	3,5	9,4
Bergen 2005				
Før imputering				15,6
Estimerte andeler	3,5	4,3	5,5	10,8
Etter imputering	2,3	2,8	3,6	7,0

Etter imputeringen blir det imputerte datasettet betraktet som et ekte datasett, dvs. usikkerhet som skyldes imputering blir ikke tatt med i usikkerhetsberegningene. Siden det er såpass få imputerte verdier, regner vi med at dette har lite å si.

4.2. Direkte metode

Vi imputerer her etter samme prinsipp som for den indirekte metoden, men vi bruker nå den direkte metoden for å lage de foreløpige estimatene. Vi baserer altså det foreløpige estimatet til en gitt fraksjon på gjennomsnittsandelen til samme fraksjon i *restavfallet* til kommuner som har en komplett oppgitt fordeling. Videre baserer vi det foreløpige estimatet kun på data fra stratumet til kommunen det skal imputeres for.

Tabell 4.3. Prosentandeler før og etter imputering i Trondheim

	Farlig	Annet brennbart	Annet ikke brennbart
Trondheim 2002 april			
Før imputering	0,0	13,0	4,3
Estimerte andeler	0,4		
Etter imputering	0,4	12,7	4,2
Trondheim 2002 juni			
Før imputering	0,0	14,3	4,6
Estimerte andeler	0,4		
Etter imputering	0,4	14,0	4,5

Tabell 4.4. Prosentandeler før og etter imputering i Bergen

	EE-avfall	Tekstil	Annet ikke brennbart	Annet brennbart
Bergen 2002				
Før imputering				18,1
Estimerte andeler	0,55	4,0	3,1	10,4
Etter imputering	0,55	4,0	3,1	10,4
Bergen 2003				
Før imputering				17,6
Estimerte andeler	0,55	4,0	3,1	10,4
Etter imputering	0,53	3,9	3,0	10,1
Bergen 2005				
Før imputering				15,6
Estimerte andeler	0,55	4,0	3,1	10,4
Etter imputering	0,47	3,5	2,7	9,0

5. Estimering og usikkerhet – indirekte metode

5.1. Strata

Vi tenker oss at avfallsfordelingen kan påvirkes noe av bebyggelsestypen i kommunen. For å ta hensyn til dette, forsøkte vi å dele kommunene inn i strata. Vi forsøkte å dele inn både etter andelen bosatt i tettbygd strøk og etter andelen bosatt i sentrumsnære strøk. Begge disse inndelingene gir en litt merkelig blanding av

store bykommuner og småkommuner på toppen av lista. Hvis vi sorterer etter andelen i sentrumsnære strøk får vi for eksempel:

Tabell 5.1. De ti kommunene med høyest andel bosatt i sentrumsnære strøk

	Andel sentrum
0301 Oslo kommune	0,41
1201 Bergen	0,15
2022 Lebesby	0,14
1805 Narvik	0,12
0602 Drammen	0,12
2019 Nordkapp	0,11
1601 Trondheim	0,11
1103 Stavanger	0,11
2002 Vardø	0,11
2028 Båtsfjord	0,10

Vi delte derfor inn strataene litt skjønsmessig, i storbyer, småbyer og andre kommuner.

I de endelige resultatene har vi imidlertid valgt å se bort fra stratumindelingen, fordi den viste seg å ha lite å si. Vi har derfor kun ett stratum i den indirekte metoden, og det inneholder alle kommuner. I beskrivelsen av metoden har vi likevel valgt å ta med strata, siden dette beskriver det mest generelle tilfellet.

5.2. Kort oversikt over estimeringsmetoden

Vi gir først en kort beskrivelse av den indirekte estimeringsmetoden uten formler. Deretter setter vi opp en statistisk modell for metoden, og finner uttrykk for beregning av usikkerhet.

1. Data fra hver enkelt sorteringsanalyse kombineres med Kostra-data fra samme år. Antall tonn av hver fraksjon i restavfallet finnes ved å gange andelene fra sorteringsanalysene med antall tonn restavfall fra Kostra. Deretter legger vi til antall tonn utsortert avfall. Vi får da et estimat for fordelingen til alt avfall, uansett hvor det er kastet, for vedkommende kommune og år.
2. Dataene aggregeres opp på kommunenivå ved å ta gjennomsnittsandelen over år i de kommunene der vi har mer enn én sorteringsanalyse. Antall tonn av hver fraksjon i 2004 estimeres ved å gange disse andelene med totalt antall tonn avfall i kommunen i 2004 fra Kostra.
3. I kommuner der vi ikke har noen sorteringsanalyser, bruker vi gjennomsnittsandelen fra kommunens stratum, i dette tilfellet alle kommunene i utvalget. Antall tonn avfall i kommunen i 2004 fordeles på fraksjonene etter denne nøkkelen.
4. Estimatenes summeres over kommunene, og fordelingen på landsnivå regnes ut.

Den indirekte metoden benytter dermed Kostra-data om restavfall og utsortert avfall for de kommunene og årene der vi har sorteringsanalyser. For kommuner utenfor utvalget brukes ingen Kostra-data om utsortert avfall. Kostra-data om totalt avfall i 2004 brukes for kommuner både i og utenfor utvalget. I punkt 3 kunne vi slått avfallet fra kommuner utenfor utvalget sammen, så det er strengt tatt tilstrekkelig å kjenne summen av avfallet i 2004 over disse kommunene.

I punkt 3 brukes et uvektet gjennomsnitt av andelene, dvs. at små kommuner i utvalget bidrar like mye som store når det gjelder å estimere fordelingen utenfor utvalget. Dette er naturlig for den modellen vi har sett på, men andre modellantakelser kunne også vært mulige. Små kommuner bidrar likevel mindre enn store kommuner til den endelige landsfordelingen, fordi 43 prosent av avfallet er i kommuner i utvalget, og for denne delen av avfallet bidrar hver kommune proporsjonalt med antall tonn avfall.

En svakhet ved den indirekte metoden er at man kan oppleve at det som er rapportert utsortert i Kostra for 2004 av en gitt fraksjon i en gitt kommune, blir større enn estimert antall tonn totalt av samme fraksjon i samme kommune dette året (se Tabell 6.7 i avsnittet "Estimater på kommunenivå"). Dette skjer først og fremst for de aller minste fraksjonene som for eksempel farlig avfall. På landsnivå blir imidlertid utsortert avfall mindre enn estimert totalt avfall for alle fraksjoner.

En løsning på dette problemet er å bruke den direkte metoden. Innvendinger mot denne metoden er at man antar tilnærmet lik fordeling av restavfall innen strata, og datagrunnlaget er ikke stort nok til å kunne dele kommunene inn i mer enn to-tre strata. En kommune kan også endre sorteringsløsning i perioden 2002-2006, og husholdninger kan bli flinkere eller dårligere til å kildesortere. Dette vil føre til varierende restavfallsfordeling i samme kommune over tid. Den indirekte metoden kompenserer for dette ved å bruke Kostra-data om utsortert avfall fra samme år som sorteringsanalysene er utført.

5.3. Modell for en fraksjons andel av totalt avfall

La $P_{tot,fr,i,ar}$ være andelen av totalt husholdningsavfall for en gitt fraksjon fr , i kommune i , i år ar .

Vi antar at dette er stokastiske variable med forventning $p_{tot,fr,str(i)}$ og varians

$\sigma_{tot,fr,str(i)}^2$, der $str(i)$ betyr stratumet til kommune i . I den endelige modellen bruker vi bare ett stratum bestående av alle kommuner i Norge, men modellen presenteres likevel her i sin mest generelle form. Vi antar at andelene er like for alle år for en gitt kommune, dvs. $P_{tot,fr,i,x} = P_{tot,fr,i,y}$ for vilkårlige år x og y , slik at vi kan se bort fra indeksen for år ved disse andelene. Vi gjør dette for å kunne anse andelene fra sorteringsanalysene i en kommune som flere målinger av den samme størrelsen.

De realiserte verdiene betegnes med små p -er: $p_{tot,fr,i,ar}$

Eksempel:

$$P_{tot,papir,Bergen,2004} = P_{tot,papir,Bergen} = p_{tot,papir,Norge} + \varepsilon_{tot,papir,Bergen}$$

Dette betyr at den variasjonen vi ser mellom estimert fordeling av totalt avfall i Bergen i 2002, 2003 og 2005 blir tilskrevet usikkerhet i sorteringsanalysene, og ikke reell variasjon mellom år. Dette er antakeligvis ikke helt riktig, men det er en forenkling vi har valgt å gjøre. Alternativt kunne vi ha lagt inn et ekstra feilledd i modellen for å representere variasjon mellom år i en gitt kommune. Ulempene med dette er at vi ville fått en mer komplisert modell, og denne parameteren ville blitt vanskelig å estimere, siden vi bare har en eller to, i ett tilfelle tre, sorteringsanalyser i hver kommune.

Observer at symbolet p brukes både for stratumparameteren $p_{tot,fr,str(i)}$ og for de realiserte verdiene

$p_{tot,fr,i,ar}$, selv om dette er forskjellige ting.

Stratumparameteren $p_{tot,fr,str}$ er den forventede andelen av en gitt fraksjon for kommuner i et gitt stratum. Siden andelene av en gitt fraksjon i hver kommune antas stokastiske, blir også andelen på landsnivå stokastisk. Når vi bare har ett stratum, blir andelen på landsnivå et veid gjennomsnitt av variable med samme forventning, og den får dermed også forventning $p_{tot,fr,Norge}$.

Legg også merke til antakelsen om lik varians $\sigma_{tot,fr,str(i)}^2$ innen strata. Mer konkret betyr dette at vi antar at variansen til for eksempel $P_{tot,fr,Bergen}$ er den samme som variansen til for eksempel $P_{tot,fr,Arendal}$. Disse variansene er teoretiske størrelser, for det finnes ikke gjentatte realiseringer av for eksempel $P_{tot,fr,Bergen}$. Når vi antar lik varians, sier vi at $P_{tot,fr,Bergen}$ er et like godt estimat på modellparameteren $p_{tot,fr,Norge}$ som $P_{tot,fr,Arendal}$. Det vil derfor ikke være noen grunn til veie dataene fra de forskjellige kommunene ved estimering av $p_{tot,fr,Norge}$.

En alternativ variansantakelse er å anta at $P_{tot,fr,i}$ har lavere varians for store kommuner enn små. I så fall ville det være naturlig å legge mer vekt på data fra store kommuner ved estimeringen av modellparameteren.

5.4. KOSTRA-data

KOSTRA gir tall for utsortert avfall av hver fraksjon, og mengde restavfall. Disse betraktes som kjente tall uten usikkerhet.

$y_{uts,fr,i,ar}$: Mengde utsortert avfall av fraksjon fr , i kommune i , i år ar .

$y_{rest,i,ar}$: Mengde restavfall i kommune i , i år ar .

$y_{tot,i,ar}$: Totalt avfall i kommune i , i år ar . Summen av alle fraksjoner utsortert avfall og restavfall.

I praksis er det usikkerhet i tallene fra KOSTRA. Se kapittel 10 om feilkilder for mer om dette.

5.5. Faktiske andeler i restavfallet

Andeler i restavfallet kan utledes fra andelene i totalt avfall og Kostra-data.

$$P_{rest,fr,i,ar} = \frac{1}{y_{rest}} (P_{tot,fr,i} \cdot y_{tot,i,ar} - y_{uts,fr,i,ar})$$

$$\text{Realisert verdi: } p_{rest,fr,i,ar} (= \frac{1}{y_{rest}} (p_{tot,fr,i} \cdot y_{tot,i,ar} - y_{uts,fr,i,ar}))$$

5.6. Estimerte andeler i restavfallet

I noen kommuner og noen år har vi sorteringsanalyser. Disse estimerer fordelingen i restavfallet. Vi har følgende modell for estimatene fra sorteringsanalysene:

$$\hat{p}_{rest,fr,i,ar} = p_{rest,fr,i,ar} + \varepsilon_{rest,fr,i,ar}$$

Vi antar at sorteringsanalysene gir forventningsrette estimater, slik at feilleddet har forventning 0. Variansen til feilleddet betegner vi med $\sigma_{rest,fr,i,ar}^2$. Dette er et uttrykk for sorteringsanalysens nøyaktighet for den gitte fraksjonen i vedkommende kommune og år. Vi antar at denne er en funksjon av blant annet prøvestørrelsen og $p_{rest,fr,i,ar}$.

I utregningen av variansen til andeler i totalavfallet, kommer vi til å bruke at $\sigma_{rest,fr,i,ar}^2$ er en funksjon av $p_{rest,fr,i,ar}$. Dette kan vi markere ved å skrive den som $\sigma_{rest,fr,i,ar}^2(p_{rest,fr,i,ar})$. Siden $p_{rest,fr,i,ar}$ kan utledes fra $p_{tot,fr,i,ar}$ og omvendt, kan man også se på $\sigma_{rest,fr,i,ar}^2$ som en funksjon av $p_{tot,fr,i,ar}$. Dette er mest hensiktsmessig i den indirekte metoden, så her skriver vi $\sigma_{rest,fr,i,ar}^2(p_{tot,fr,i,ar})$, eller $\sigma_{rest,fr,i,ar}^2(p_{tot,fr,i,ar})$, siden vi har antatt at vi kan se bort fra indeksen for år.

5.7. Estimering av fordelingen i hver kommune

For kommuner i utvalget

Først estimeres andelene i totalavfallet for de årene der vi har sorteringsanalyser.

$$\hat{p}_{tot,fr,i,ar} = \frac{1}{y_{tot,i,ar}} (\hat{p}_{rest,fr,i,ar} \cdot y_{rest,i,ar} + y_{uts,fr,i,ar}) \quad (1)$$

Fordelingen for kommunen estimeres ved å ta gjennomsnittet av de årene vi har.

$$\hat{p}_{tot,fr,i} = \frac{1}{n_{sort,i}} \sum_{ar} \hat{p}_{tot,fr,i,ar}, \text{ der} \quad (2)$$

$n_{sort,i}$ er antall sorteringsanalyser i kommune i .

Forventningen til estimatoren

Estimatet for en fraksjons andel i en kommune er et resultat av to stokastiske mekanismer. Først er det tilfeldig hva den faktiske andelen i totalavfallet (eller ekvivalent restavfallet) blir, og deretter er det tilfeldig hvor godt sorteringsanalysene treffer på denne verdien. For å regne forventning på en slik sammensatt mekanisme, bruker vi dobbeltforventningsregelen $E(Y) = E(E(Y|X))$. Vi betinger først med hensyn på den faktiske andelen $p_{tot,fr,i}$. Vi får da et resultat som er en funksjon av $p_{tot,fr,i}$. Så anser vi andelen som stokastisk igjen, dvs. vi setter inn $P_{tot,fr,i}$ for $p_{tot,fr,i}$ i denne funksjonen. Til slutt finner vi forventningen til dette uttrykket. Resultatet blir den ubetingede forventningen.

Gitt den realiserte andelen i totalavfallet (eller restavfallet) er forventningen lik den realiserte andelen:

$$\begin{aligned} & E(\hat{p}_{tot,fr,i,ar} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) \\ &= \frac{1}{y_{tot,i,ar}} (E(\hat{p}_{rest,fr,i,ar} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) \cdot y_{rest,i,ar} + y_{uts,fr,i,ar}) \\ &= \frac{1}{y_{tot,i,ar}} (p_{rest,fr,i,ar} \cdot y_{rest,i,ar} + y_{uts,fr,i,ar}) = p_{tot,fr,i,ar} = p_{tot,fr,i} \end{aligned} \quad (3)$$

Her har vi brukt definisjonen av $\hat{p}_{tot,fr,i,ar}$ (1) og antakelsen om at sorteringsanalysene har forventning lik den faktiske andelen i restavfallet. Vi bruker så (2) og (3):

$$E(\hat{p}_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) = \frac{1}{n_{sort,i}} \sum_{ar} E(\hat{p}_{tot,fr,i,ar} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) = p_{tot,fr,i} \quad (4)$$

Her bruker vi at antall ledd i summen er $n_{sort,i}$, antall sorteringsanalyser i kommunen.

Ubetinget er forventningen lik forventningen i stratumet:

$$E(\hat{p}_{tot,fr,i}) = EE(\hat{p}_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i}) = E(P_{tot,fr,i}) = p_{tot,fr,str(i)}$$

En estimator kalles modellforventningsrett hvis den forventede differansen mellom estimatoren og størrelsen den estimerer er null. Vi har at

$$E(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i}) = E(\hat{p}_{tot,fr,i}) - E(P_{tot,fr,i}) = p_{tot,fr,str(i)} - p_{tot,fr,str(i)} = 0$$

så estimatoren $\hat{p}_{tot,fr,i}$ er modellforventningsrett.

Variansen til estimatoren

Vi beregner modellvariansen, dvs. variansen til differansen mellom estimert og faktisk andel,

$Var(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i})$. Som ved utregningen av forventningen, starter vi også her med å betinge med hensyn på den faktiske andelen i totalavfallet. Etterpå bruker vi følgende formel for dekomponering av varians:

$$Var(Y) = Var(E(Y | X)) + E(Var(Y | X))$$

Gitt den realiserte andelen i restavfallet/totalavfallet:

$$\begin{aligned} Var(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) &= Var(\hat{p}_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) \\ &= \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} Var(\hat{p}_{tot,fr,i,ar} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) = \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 \sigma_{rest,fr,i,ar}^2(p_{tot,fr,i}) \end{aligned} \quad (5)$$

I den andre overgangen har vi brukt (2) (og regelen $Var(aX) = a^2 Var(X)$). I den siste overgangen bruker vi (1), variansantakelsen fra modellen for sorteringsanalysene, samt generelle regneregler for varians. Her kommer også antakelsen om at det ikke er noen usikkerhet i Kostra-dataene inn. Hvis vi hadde modellert Kostra-dataene som stokastiske, ville (1) sett ut som

$$\hat{p}_{tot,fr,i,ar} = \frac{1}{Y_{tot,i,ar}} (\hat{p}_{rest,fr,i,ar} \cdot Y_{rest,i,ar} + Y_{uts,fr,i,ar})$$

Dette er et mer komplisert uttrykk å regne ut variansen til, siden det er stokastiske variable både i teller og nevner.

Av (5) ser vi at når den realiserte andelen i restavfallet er gitt, er variansen en funksjon av antall sorteringsanalyser, nøyaktigheten på sorteringsanalysen(e), og av hvor stor andel restavfallet utgjør av den totale mengden avfall de årene sorteringsanalysene ble utført.

Ubetinget varians:

$$\begin{aligned} & \text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i}) = \\ & \text{Var}E(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) + E\text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) \end{aligned}$$

Det første leddet blir 0:

$$\begin{aligned} E(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) &= 0 \\ \Rightarrow \text{Var}E(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i} = p_{tot,fr,i}) &= \text{Var}(0) = 0 \end{aligned}$$

Andre ledd:

$$E\text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i}) = \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{tot,fr,i}))$$

Så den ubetingede modellvariansen blir:

$$\text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i}) = \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{tot,fr,i}))$$

For kommuner utenfor utvalget

Her bruker vi et estimat for forventet andel i kommunens stratum, som i dette tilfellet er hele landet. Forventet andel estimeres ved å ta gjennomsnittet av de estimerte andelene blant de kommunene i utvalget som er i stratimet til kommunen:

$$\hat{p}_{tot,fr,j} = \hat{p}_{tot,fr,str(j)} = \frac{1}{n_{kom,str(j)}} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \hat{p}_{tot,fr,i}, \text{ der}$$

$n_{kom,str(j)}$ er antall kommuner i utvalget i stratimet til kommune j .

$S_{kom,str(j)}$ er alle kommuner i utvalget i stratimet til kommune j . I dette utvalget har vi altså en observasjon per kommune, og ikke en per sorteringsanalyse.

Vi bruker her et uveid gjennomsnitt av andelene i kommunene i utvalget. Som nevnt i avsnitt 5.3, medfører variansantakelsen i modellen for $P_{tot,fr,i}$ at data fra forskjellige kommuner bør telle likt. Siden vi ikke kan observere $P_{tot,fr,i}$ direkte, kommer også et annet moment inn her, nemlig nøyaktigheten av sorteringsanalysene. Man kunne tenke seg en estimator som la større vekt på kommuner med mer nøyaktige sorteringsanalyser. Vi har valgt ikke å gjøre dette her, delvis fordi vi ikke har data om prøvestørrelse for alle kommuner, delvis fordi de dataene vi har, tyder på at det ikke er veldig stor variasjon i prøvestørrelse, og delvis fordi det er en kompliserende faktor. Det vil også være andre ting enn prøvestørrelsen som påvirker nøyaktigheten til sorteringsanalysen.

$$\text{Forventningen til estimatoren} \quad E(\hat{p}_{tot,fr,j}) = \frac{1}{n_{kom,str(j)}} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} E(\hat{p}_{tot,fr,i}) = \frac{1}{n_{kom,str(j)}} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} p_{tot,fr,str(i)} = p_{tot,fr,str(i)}$$

Her bruker vi at vi allerede har regnet ut forventningen til $\hat{p}_{tot,fr,i}$ for kommuner i utvalget.

$$\text{Dermed er } E(\hat{p}_{tot,fr,j} - P_{tot,fr,i}) = 0$$

Variansen til estimatoren For å finne modellvariansen til $\hat{p}_{tot,fr,j}$ for en kommune utenfor utvalget, dvs. $Var(\hat{p}_{tot,fr,j} - P_{tot,fr,j})$, trenger vi å finne variansen til $\hat{p}_{tot,fr,j}$, og for å finne den trenger vi variansen til $\hat{p}_{tot,fr,i}$ for en kommune i utvalget:

Ved å dekomponere variansen, og å bruke (4) og (5), får vi at

$$\begin{aligned} Var(\hat{p}_{tot,fr,i}) &= EVar(\hat{p}_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i}) + VarE(\hat{p}_{tot,fr,i} | P_{tot,fr,i}) \\ &= \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2(P_{tot,fr,i})) + \sigma_{tot,fr,str(i)}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Variansen til $\hat{p}_{tot,fr,j}$:

$$\text{Husk at } \hat{p}_{tot,fr,j} = \frac{1}{n_{kom,str(j)}} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \hat{p}_{tot,fr,i}$$

$$\begin{aligned} Var(\hat{p}_{tot,fr,j}) &= \frac{1}{n_{kom,str(j)}^2} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} Var(\hat{p}_{tot,fr,i}) \\ &= \frac{1}{n_{kom,str(j)}^2} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2(P_{tot,fr,i})) + \sigma_{tot,fr,str(i)}^2 \right) \text{(ved (6))} \\ &= \frac{1}{n_{kom,str(j)}^2} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2(P_{tot,fr,i})) \right) + \frac{\sigma_{tot,fr,str(i)}^2}{n_{kom,str(j)}} \end{aligned}$$

Modellvariansen til estimatoren:

Siden $\hat{p}_{tot,fr,j}$ er en funksjon av kommuner i utvalget, og $P_{tot,fr,j}$ er en andel utenfor utvalget, er disse uavhengige, og

$$\begin{aligned} Var(\hat{p}_{tot,fr,j} - P_{tot,fr,j}) &= Var(\hat{p}_{tot,fr,j}) + Var(P_{tot,fr,j}) \\ &= \left(\frac{1}{n_{kom,str(j)}^2} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2(P_{tot,fr,i})) \right) \right) + \frac{\sigma_{tot,fr,str(j)}^2}{n_{kom,str(j)}} + \sigma_{tot,fr,str(j)}^2 \\ &= \left(\frac{1}{n_{kom,str(j)}^2} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} (Var(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i})) \right) + \frac{n_{kom,str(j)} + 1}{n_{kom,str(j)}} \sigma_{tot,fr,str(j)}^2 \end{aligned}$$

5.8. Estimering av andeler på populasjonsnivå

Total i hver kommune: $T_{tot,fr,i,2004} = P_{tot,fr,i} \cdot y_{tot,i,2004}$

Estimert total i hver kommune: $\hat{T}_{tot,fr,i,2004} = \hat{p}_{tot,fr,i} \cdot y_{tot,i,2004}$

Modellvariansen til totalestimatet i hver kommune:

$$Var(\hat{T}_{tot,fr,i,2004} - T_{tot,fr,i,2004}) = y_{tot,i,2004}^2 Var(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i})$$

Vi summerer over alle kommuner i populasjonen:

$$\text{Total i populasjonen: } T_{tot,fr,2004} = \sum_{i \in pop} T_{tot,fr,i,2004}$$

$$\text{Estimert total i populasjonen: } \hat{T}_{tot,fr,2004} = \sum_{i \in pop} \hat{T}_{tot,fr,i,2004}$$

Modellvariansen til totalen på populasjonsnivå:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{T}_{tot,fr,2004} - T_{tot,fr,2004}) &= \sum_{i \in pop} \text{Var}(\hat{T}_{tot,fr,i,2004} - T_{tot,fr,i,2004}) \\ &= \sum_{i \in pop} y_{tot,i,2004}^2 \text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i}) \end{aligned}$$

$$\text{Totalt avfall i alle kommuner: } y_{tot,2004} = \sum_{i \in pop} y_{tot,i,2004}$$

$$\text{Andel i populasjonen: } P_{tot,fr,2004} = T_{tot,fr,2004} / y_{tot,2004}$$

$$\text{Estimert andel i populasjonen: } \hat{p}_{tot,fr,2004} = \hat{T}_{tot,fr,2004} / y_{tot,2004}$$

Modellvariansen til andelen på populasjonsnivå:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,2004} - P_{tot,fr,2004}) &= \frac{1}{y_{tot,2004}^2} \text{Var}(\hat{T}_{tot,fr,2004} - T_{tot,fr,2004}) \\ &= \frac{1}{y_{tot,2004}^2} \sum_{i \in pop} y_{tot,i,2004}^2 \text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i}) \end{aligned}$$

5.9. Estimering av variansparametrene i sorteringsanalysene

Det er mange faktorer som påvirker usikkerheten i sorteringsanalysene. Prøvestørrelse er en viktig faktor, men det har også betydning hvordan man tar ut prøvene som skal sorteres, og hvordan selve sorteringen foregår. Usikkerheten varierer også mellom fraksjoner. Store fraksjoner kan bestemmes mer nøyaktig enn små, relativt sett, og fraksjoner som er jevnt fordelt er lettere å estimere enn fraksjoner som tenderer til å forekomme i klumper.

Ideelt sett burde man studere metodikk og prøvestørrelse i hver enkelt sorteringsanalyse, og anslå usikkerheten ut fra dette. Da dette er svært ressurskrevende, har vi her i stedet valgt å lage en enkel modell som antar at alle sorteringsanalysene er omtrent like godt gjennomført og har omtrent samme prøvestørrelse, men som tillater forskjellig nøyaktighet for de ulike fraksjonene. Dette er ikke helt urimelig, siden de fleste sorteringsanalysene ser ut til å ha fulgt omtrent samme metode, og brukt prøvestørrelser på rundt 500 kg.

Vi antar at variansen til estimatet fra sorteringsanalysen er proporsjonal med den faktiske andelen ganget med 1 minus den faktiske andelen. Dette er fordi det bør være samme varians for (for eksempel) andelen papir som for andelen ikke-papir. Proporsjonalitetskonstanten k har med metodikken i sorteringsanalysen og prøvestørrelsen å gjøre, og den vil antakeligvis også variere mellom fraksjoner. For enkelhets skyld antar vi her samme k for alle fraksjoner og i alle sorteringsanalysene. Ved beregning av k tar vi utgangspunkt i opplysninger om usikkerhet for matavfall.

$$\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 = k p_{rest,fr,i,ar} (1 - p_{rest,fr,i,ar})$$

Vi estimerer variansen med:

$$\hat{\sigma}_{rest,fr,i,ar}^2 = k \hat{p}_{rest,fr,i,ar} (1 - \hat{p}_{rest,fr,i,ar})$$

Vi må så finne k . I SFT's rapport "Sorteringsanalyser - Kommunalt avfall" fra 1998 [2], har man gjennomført såkalte plukkanalyser, der en prøve blir delt opp i småprøver, og hver småprøve sortert. På grunnlag av dette kan man estimere usikkerhet. Fra tabell 3 på side 10 kan vi se at matrester har en estimert usikkerhet på 10 prosent ifølge plukkanalysen fra Otilienborg, og 20 prosent ifølge analysen fra Sjetnemarka. Hvis vi tar utgangspunkt i 20 prosent, betyr dette, utifra teksten før tabellen, at det er 90 prosent sannsynlighet for at det reelle innholdet ikke avviker mer enn 20% fra det man finner.

$$P(\hat{p}_{rest,mat,i,ar} - 0,20 \hat{p}_{rest,mat,i,ar} \leq p_{rest,mat,i,ar} \leq \hat{p}_{rest,mat,i,ar} + 0,20 \hat{p}_{rest,mat,i,ar}) = 0,90$$

Hvis vi antar at $\hat{p}_{rest,mat,i,ar}$ er tilnærmet normalfordelt, får vi at

$$P(-1,64 \leq \frac{\hat{p}_{rest,mat,i,ar} - p_{rest,mat,i,ar}}{\hat{\sigma}_{rest,mat,i,ar}} \leq 1,64) \approx 0,90$$

$$\Rightarrow 1,64 \cdot \hat{\sigma}_{rest,mat,i,ar} = 0,20 \hat{p}_{rest,mat,i,ar}$$

$$\Rightarrow 1,64 \cdot \sqrt{k \hat{p}_{rest,mat,i,ar} (1 - \hat{p}_{rest,mat,i,ar})} = 0,20 \hat{p}_{rest,mat,i,ar}$$

$$\Rightarrow \sqrt{k} = \frac{0,20 \hat{p}_{rest,mat,i,ar}}{1,64 \cdot \sqrt{\hat{p}_{rest,mat,i,ar} (1 - \hat{p}_{rest,mat,i,ar})}} = \frac{0,20 \sqrt{\hat{p}_{rest,mat,i,ar}}}{1,64 \cdot \sqrt{(1 - \hat{p}_{rest,mat,i,ar})}}$$

$$\Rightarrow k = \left(\frac{0,20}{1,64} \right)^2 \frac{\hat{p}_{rest,mat,i,ar}}{1 - \hat{p}_{rest,mat,i,ar}}$$

For å få konservative estimater for standardavvikene antar vi at matavfallet utgjør ca. 30 prosent av restavfallet (det er mindre i de fleste kommuner), så

$$k = \left(\frac{0,20}{1,64} \right)^2 \frac{0,30}{1 - 0,30} = 0,006373757 \Rightarrow \sqrt{k} = 0,0798358$$

Empirisk beregning av k

De tre første kolonnene i tabellen under gjengir resultater fra plukkanalysen på Sjetnemarka, og er tatt fra SFTs rapport (Tabell VI.4, Vedlegg 1). Her ble det tatt 16 småprøver med en gjennomsnittsvekt på 15,56 kilo. Dette betyr at man trenger 32 slike småprøver for å komme opp i 500 kilo. La $\hat{p}_{små,fr,i}$ være andelen av en fraksjon i i -te småprøve, og la $\sigma_{små,fr}$ være standardavviket til $\hat{p}_{små,fr,i}$ -ene, estimert med $s_{små,fr}$, dvs. det empiriske standardavviket mellom småprøvene,

$$s_{små,fr} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{16} (\hat{p}_{små,fr,i} - \bar{\hat{p}}_{små,fr})^2. \text{ For å få prosentandeler ganger vi med 100.}$$

Gjennomsnittlig prosentandel og empirisk standardavvik i de 16 småprøvene står i kolonne 2 og 3 i tabellen under. Standardavviket for gjennomsnittsandelen av 32 slike prøver kan da estimeres med $s_{små,fr} / \sqrt{32}$. Dette tallet står i kolonne 4.

Kolonne 5 gir feilmarginen ved 90 prosenters konfidensnivå for en 500 kilos prøve, det vil si 1,64 ganger standardavviket i kolonne 4. Dette er halve lengden til et 90 prosenters konfidensintervall, dvs. avstanden fra estimatet (midtpunktet av

intervallet) til kanten av intervallet. Den siste kolonnen er $\sqrt{k} = \sqrt{\frac{Var(\hat{p})}{p(1-p)}}$,

regnet ut som $\sqrt{\frac{(s_{små,fr} / \sqrt{32})^2}{\hat{p}_{små,fr}(1-\hat{p}_{små,fr})}}$.

Tabell 5.2. Beregning av k, basert på plukkanalyser

	Gjennomsnitt av 16 småprøver, prosentandel (=100*andel)	Empirisk standard- avvik mellom 16 småprøver, prosentandel (=100s _{små,fr})	Estimert standardavvi k for 500 kg prøve, prosentandel	Feilmargin i prosent, 90% konfidens- nivå	Kvadrat- roten av k
Brunt papp/papir, emballasje	1,5	2,3	0,41	0,67	0,033
Lettkartong, emballasje	1,6	0,7	0,12	0,20	0,010
Lettkartong, annet	0,6	0,5	0,09	0,14	0,011
Drikkekartong, juice	0,2	0,3	0,05	0,09	0,012
Drikkekartong, annet	1,3	0,7	0,12	0,20	0,011
Avis/Magasin	13,2	8,9	1,57	2,58	0,046
Brosjyrer, avis/magasinkval.	4,5	2,7	0,48	0,78	0,023
Annet gjenvinnbart papir	2,6	1,6	0,28	0,46	0,018
Annet papir, tørkepapir, servietter	3,3	2,1	0,37	0,61	0,021
Folieemballasje	7,5	3,3	0,58	0,96	0,022
Hardplast emballasje	1,9	1,2	0,21	0,35	0,016
Plast, drikkevareemballasje	0,3	0,3	0,05	0,09	0,010
Annen folie og hardplast	1,1	1,4	0,25	0,41	0,024
EPS emballasje	0,1	0,1	0,02	0,03	0,006
Matrester	16,9	12,5	2,21	3,62	0,059
Hage/parkavfall	11	10,3	1,82	2,99	0,058
Bleier/bind	3,3	3,1	0,55	0,90	0,031
Treverk, annet	0,8	0,8	0,14	0,23	0,016
Gummi/lær	1,6	3,5	0,62	1,01	0,049
Tekstiler	5,2	5,8	1,03	1,68	0,046
Annet brennbart	0,6	1,1	0,19	0,32	0,025
Glass emballasje	1,4	1,6	0,28	0,46	0,024
Annet glass	0,1	0,4	0,07	0,12	0,022
Jern emballasje	1	1	0,18	0,29	0,018
Annet jern	0,8	1,3	0,23	0,38	0,026
Aluminium, emballasje	0,9	0,5	0,09	0,14	0,009
Aluminium, drikkevareemballasje	0,1	0,2	0,04	0,06	0,011
Annet aluminium	0	0,1	0,02	0,03	.
Annet ikke brennbart, stein/grus/jord	2,9	7,3	1,29	2,12	0,077
Elektrisk/elektronisk	0,2	0,4	0,07	0,12	0,016
Spesialavfall	0,4	1,6	0,28	0,46	0,045
Finstoff	12,8	10,1	1,79	2,93	0,053
Laminat papir/plast/aluminium	0,4	0,2	0,04	0,06	0,006

Det ser ikke ut til at k er konstant, men den er godt under verdien vi har brukt overalt. Den tilsvarende tabellen for plukkanalysen på Ottilienborg gir lavere verdier for k . Selv om det kan være at noen sorteringsanalyser har større usikkerhet enn disse to analysene fra Trondheim, er det nå rimelig å anta at vi stort sett overestimerer usikkerheten i sorteringsanalysene

Estimering av forventet varians i sorteringsanalysene

I formelen for modellvariansen til estimatoren for en fraksjons andel av totalt avfall, er det forventningen til $\sigma_{rest,fr,i,ar}^2$, sett som funksjon av $P_{tot,fr,i}$ (eller

$P_{rest,fr,i}$), og ikke $\sigma_{rest,fr,i,ar}^2$ selv som inngår. Vi estimerer denne forventningen med den samme estimatoren, dvs. $\hat{E}(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{tot,fr,i})) = \hat{\sigma}_{rest,fr,i,ar}^2$.

5.10. Estimering av variansparametrene i modellen for andeler

For å måle variasjonen mellom kommuner i stratum h , tar vi utgangspunkt i følgende størrelse:

$$SS_h = \sum_{i \in S_{kom,h}} (\hat{p}_{tot,fr,i} - \hat{p}_{tot,fr,h})^2, \text{ der}$$

$S_{kom,h}$ er utvalget av kommuner i stratum h , og

$\hat{p}_{tot,fr,h}$ er gjennomsnittsandelen i $S_{kom,h}$

Dette ligner på den type kvadratsum vi studerer når vi skal estimere variansen til en stokastisk variabel, og har tilgang til et utvalg realiserte verdier. Forskjellen er at vi ikke har direkte tilgang til de realiserte verdiene, bare sorteringsanalysenes estimer av de realiserte verdiene. SS_h vil derfor være en funksjon både av variasjonen mellom kommuner og nøyaktigheten i sorteringsanalysene.

Vi vil finne forventningen til SS_h . Vi kommer til å trenge følgende:

$$E(\hat{p}_{tot,fr,i}^2) = Var(\hat{p}_{tot,fr,i}) + (E(\hat{p}_{tot,fr,i}))^2 = Var(\hat{p}_{tot,fr,i}) + p_{tot,fr,str(i)}^2 \quad (7)$$

$$E(\hat{p}_{tot,fr,str(j)}^2) = Var(\hat{p}_{tot,fr,str(j)}) + p_{tot,fr,str(j)}^2 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} E(\hat{p}_{tot,fr,i} \cdot \hat{p}_{tot,fr,str(i)}) &= E\left(\hat{p}_{tot,fr,i} \cdot \frac{1}{n_{kom,str(i)}} \left(\sum_{j \neq i} \hat{p}_{tot,fr,j} + \hat{p}_{tot,fr,i} \right)\right) \\ &= E\left(\frac{\hat{p}_{tot,fr,i}}{n_{kom,str(i)}} \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in str(i)}} \hat{p}_{tot,fr,j} + \frac{\hat{p}_{tot,fr,i}^2}{n_{kom,str(i)}}\right) \\ &= \frac{1}{n_{kom,str(i)}} \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in str(i)}} E(\hat{p}_{tot,fr,i} \cdot \hat{p}_{tot,fr,j}) + \frac{E(\hat{p}_{tot,fr,i}^2)}{n_{kom,str(i)}} \end{aligned}$$

Siden $j \neq i$ er $\hat{p}_{tot,fr,i}$ og $\hat{p}_{tot,fr,j}$ funksjoner av data fra forskjellige kommuner. De er dermed uavhengige, og forventningen til produktet er lik produktet av forventningene. De har begge forventning $p_{tot,fr,str(i)}$, så vi får videre:

$$\begin{aligned} &= \frac{p_{tot,fr,str(i)}^2 (n_{kom,str(i)} - 1) + (Var(\hat{p}_{tot,fr,i}) + p_{tot,fr,str(i)}^2)}{n_{kom,str(i)}} \quad (\text{ved (7)}) \\ &= \frac{p_{tot,fr,str(i)}^2 n_{kom,str(i)} + Var(\hat{p}_{tot,fr,i})}{n_{kom,str(i)}} = p_{tot,fr,str(i)}^2 + \frac{Var(\hat{p}_{tot,fr,i})}{n_{kom,str(i)}} \quad (9) \end{aligned}$$

Vi får da at

$$SS_h = \sum_{i \in S_{kom,h}} (\hat{p}_{tot,fr,i} - \hat{p}_{tot,fr,h})^2 = \sum_{i \in S_{kom,h}} (\hat{p}_{tot,fr,i}^2 + \hat{p}_{tot,fr,h}^2 - 2\hat{p}_{tot,fr,i} \cdot \hat{p}_{tot,fr,h})$$

$$E(SS_h) = \sum_{i \in S_{kom,h}} (E(\hat{p}_{tot,fr,i}^2) + E(\hat{p}_{tot,fr,h}^2) - 2E(\hat{p}_{tot,fr,i} \cdot \hat{p}_{tot,fr,h}))$$

Ved å bruke (7), (8) og (9) får vi

$$E(SS_h) = \sum_{i \in S_{kom,h}} ((Var(\hat{p}_{tot,fr,i}) + p_{tot,fr,h}^2) + (Var(\hat{p}_{tot,fr,h}) + p_{tot,fr,h}^2) - 2(p_{tot,fr,h}^2 + \frac{Var(\hat{p}_{tot,fr,i})}{n_{kom,h}}))$$

$$= \sum_{i \in S_{kom,h}} (Var(\hat{p}_{tot,fr,i}) + Var(\hat{p}_{tot,fr,h}) - 2 \frac{Var(\hat{p}_{tot,fr,i})}{n_{kom,h}})$$

$$= \sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{(n_{kom,h} - 2)}{n_{kom,h}} Var(\hat{p}_{tot,fr,i}) + Var(\hat{p}_{tot,fr,h}) \right)$$

$$= \frac{(n_{kom,h} - 2)}{n_{kom,h}} \sum_{i \in S_{kom,h}} Var(\hat{p}_{tot,fr,i}) + \frac{1}{n_{kom,h}} \sum_{i \in S_{kom,h}} Var(\hat{p}_{tot,fr,i})$$

$$= \frac{(n_{kom,h} - 1)}{n_{kom,h}} \sum_{i \in S_{kom,h}} Var(\hat{p}_{tot,fr,i})$$

$$= \frac{(n_{kom,h} - 1)}{n_{kom,h}} \sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{tot,fr,i})) + \sigma_{tot,fr,str(i)}^2 \right)$$

$$= \frac{(n_{kom,h} - 1)}{n_{kom,h}} \left(\sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{tot,fr,i})) \right) \right) + (n_{kom,h} - 1) \sigma_{tot,fr,h}^2$$

slik at

$$E\left(\frac{1}{n_{kom,h} - 1} SS_h \right) = \frac{1}{n_{kom,h}} \left(\sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{tot,fr,i})) \right) \right) + \sigma_{tot,fr,h}^2$$

$$= \frac{1}{n_{kom,h}} \left(\sum_{i \in S_{kom,h}} (Var(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i})) \right) + \sigma_{tot,fr,h}^2$$

Vi kan dermed estimere $\sigma_{tot,fr,h}^2$ med

$$\hat{\sigma}_{tot,fr,h}^2 = \left(\frac{1}{n_{kom,h} - 1} SS_h \right) - \frac{1}{n_{kom,h}} \left(\sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 \hat{E}(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{tot,fr,i})) \right) \right) \right) \quad (10)$$

Siden vi har laget konservative estimater for usikkerheten i sorteringsanalysene, vil vi kunne underestimere $\sigma_{tot,fr,h}^2$ hvis vi trekker fra det siste leddet. For å være på den sikre siden bruker vi derfor den mer konservative estimatoren

$$\hat{\sigma}_{tot,fr,h}^2 = \frac{1}{n_{kom,h} - 1} SS_h \quad (11)$$

Det viser seg å gjøre relativt liten forskjell.

6. Resultater – indirekte metode

6.1. Hovedresultater

Tabellen under gir estimert avfallsfordeling og estimert usikkerhet på landsnivå. Tallene er beregnet uten stratuminndeling.

Tabell 6.1. Estimert avfallsfordeling, variasjonskoeffisient og konfidensintervall på landsnivå

	Prosent	Variasjons- koeffisient	Nedre grense 95% konf. int.	Øvre grense 95% konf. int.
Papir	25,8	1,3	25,2	26,5
Glass	3,9	3,7	3,7	4,2
Plast	8,1	3,0	7,6	8,6
Metall	4,2	3,1	4,0	4,5
EE-avfall	2,8	2,8	2,6	2,9
Mat	23,3	1,7	22,5	24,0
Park	7,9	3,5	7,3	8,5
Tekstil	3,3	4,1	3,0	3,5
Farlig	1,2	4,1	1,1	1,2
Annet brennbart	15,3	1,8	14,7	15,8
Annet ikke brennbart	4,3	3,7	4,0	4,6

Det blir lav usikkerhet på landsfordelingen, selv når vi bruker en variansestimator som sannsynligvis overestimerer variansen. Dette kan forklares med at Kostra-data kombinert med sorteringsanalyser gir god presisjon på avfallsfordelingen for kommuner i utvalget. Siden disse kommunene står for over 40 prosent av det totale husholdningsavfallet i 2004, har vi dermed sikre estimater for fordelingen til en stor andel av avfallet.

6.2. Med strata

Vi har forsøkt et alternativ med 3 strata (storby/småby/resten)

Tabell 6.2. Fordeling i de tre strataene

Stratum	Papir	Glass	Plast	Metall	Elektrisk	Mat	Park	Tekstil	Farlig	Annet brennbart	Annet ikke brennbart
Storby	28,4	3,9	8,1	3,5	2,5	22,8	7,4	3,2	1,5	13,3	5,4
Småby	24,6	4,4	7,5	4,0	2,4	24,4	9,1	3,5	1,2	15,8	3,1
Andre	23,0	3,4	9,1	4,7	3,5	25,6	6,6	3,4	0,9	16,5	3,3

Tabell 6.3. Estimert fordeling på landsbasis

	Prosent	Variasjons- koeffisient
Papir	25,4	1,2
Glass	4,0	3,8
Plast	8,0	3,1
Metall	4,3	3,1
EE-avfall	2,7	2,7
Mat	23,4	1,6
Park	8,1	4,0
Tekstil	3,3	4,1
Farlig	1,1	4,4
Annet brennbart	15,4	1,8
Annet ikke brennbart	4,2	3,7

På landsbasis får vi omtrent samme estimerte fordeling som uten strata. Usikkerhetene blir også ganske like. Siden strataene ikke har noen særlig betydning, har vi valgt å ikke bruke dem i hovedresultatene.

6.3. Alternativer i usikkerhetsestimeringen

Ved beregning av usikkerhet må vi gjøre en antakelse om den relative usikkerheten for matavfall i sorteringsanalysene (se kapittel 5.9), og vi må velge hvordan vi skal estimere variasjonen mellom kommuner. I hovedresultatene har vi antatt 20 prosents relativ usikkerhet for matavfall i sorteringsanalysene, og brukt konservativ estimering (dvs. det alternativet som gir størst estimater, se (11), kapittel 5.11) av variasjonen mellom kommuner.

Vi har gjort to kjøringar med alternativ usikkerhetsestimering. Først har vi endret usikkerheten i sorteringsanalysene fra 20 til 30 prosent mens stratuminndeling og estimering av variasjonen mellom kommuner ble holdt likt hovedresultatet. Deretter har vi brukt ikke-konservativ estimering av variasjonen mellom kommuner, mens stratuminndeling og usikkerhet i sorteringsanalysene ble holdt likt hovedresultatet.

Tabell 6.4. Alternativ usikkerhetsestimering

	Hovedresultat		30% usikkerhet	Ikke-konservativ Estimering
	Prosent	Variasjons- koeffisient	Variasjons- koeffisient	Variasjons- Koeffisient
Papir	25,8	1,3	1,7	1,2
Glass	3,9	3,7	5,4	3,6
Plast	8,1	3,0	4,2	2,9
Metall	4,2	3,1	4,2	3,0
EE-avfall	2,8	2,8	3,5	2,7
Mat	23,3	1,7	2,2	1,6
Park	7,9	3,5	4,0	3,5
Tekstil	3,3	4,1	5,9	3,9
Farlig	1,2	4,1	5,5	4,0
Annet brennbart	15,3	1,8	2,4	1,8
Annet ikke brennbart	4,3	3,7	5,0	3,5

Når usikkerheten i sorteringsanalysene øker, øker også usikkerheten i landstallene noe, men de er fremdeles små. Ikke-konservativ estimering av variasjonen mellom kommuner gir svært liten endring i usikkerheten for landstallene.

6.4. Estimerer på kommunenivå

Tabell 6.5. Estimerte prosentandeler av hver fraksjon i det totale husholdningsavfallet

Basert på sorteringsanalyser og Kostra-data.

Kommune/ Selskap	EE-										Annet brennbart	Annet ikke brennbart
	Papir	Glass	Plast	Metall	avfall	Mat	Park	Tekstil	Førlig			
Bærum	27,5	4,4	4,6	3,0	1,5	21,2	17,0	3,1	1,4		14,1	2,3
Asker	24,3	5,2	6,0	4,5	2,5	26,1	11,9	3,4	2,0		13,0	1,1
Oslo	32,5	5,2	7,7	3,5	2,0	17,8	5,9	3,1	1,0		12,1	9,2
Arendal	27,8	6,2	11,5	2,7	1,4	27,9	1,5	4,7	0,5		12,7	3,1
Birkenes	21,3	4,4	8,7	5,7	3,1	22,3	5,9	3,0	1,6		19,5	4,4
Evje og Hornes .	23,3	5,2	11,9	5,0	3,8	22,6	1,7	4,1	0,8		16,8	4,7
Kristiansand	23,0	3,1	9,4	4,2	2,6	21,4	8,5	3,0	1,8		18,3	4,8
Mandal	22,3	3,9	11,1	4,4	1,2	20,6	3,7	3,7	0,5		26,8	1,8
Vennesla	21,4	2,9	9,4	4,8	2,8	21,4	8,1	2,2	1,8		20,7	4,5
Songdalen	24,1	3,8	11,6	5,4	2,8	21,2	8,9	4,2	0,8		13,6	3,6
Søgne	24,5	3,3	11,9	5,5	3,0	23,0	8,0	3,0	0,9		14,4	2,7
Stavanger	24,2	2,6	9,2	2,9	3,8	28,9	7,1	3,5	1,0		13,4	3,3
Hå	21,6	2,8	10,1	3,0	3,9	27,0	4,7	4,9	0,8		17,0	4,3
Klepp	22,9	2,6	7,6	3,4	5,5	28,2	4,5	4,1	0,4		16,7	4,1
Time	21,1	2,6	7,9	2,8	3,9	32,1	5,3	4,7	0,5		15,4	3,7
Gjesdal	22,1	2,7	8,8	4,5	4,0	28,4	5,5	3,6	0,6		16,0	3,9
Sola	22,3	3,5	7,7	3,0	4,0	29,3	4,9	4,5	0,4		16,4	4,0
Randaberg	28,6	3,0	8,7	2,6	4,1	26,9	5,2	3,4	0,6		13,7	3,2
Rennesøy	24,0	3,1	7,2	3,8	4,1	32,9	7,4	3,0	0,7		11,4	2,5
Bergen	30,9	4,6	6,3	4,6	2,5	18,7	8,7	2,6	2,2		13,6	5,2
Trondheim	31,4	4,1	7,9	2,5	1,8	27,2	6,5	4,0	1,0		10,2	3,4
HRA	20,0	2,9	5,2	6,8	2,9	18,1	22,8	2,1	0,8		17,1	1,3
NOMIL	25,2	3,9	8,0	8,1	3,8	33,4	1,1	2,0	1,3		11,5	1,9
RID	22,8	3,4	7,0	4,9	2,4	21,2	8,7	2,9	1,4		20,8	4,4
VESAR	22,9	3,8	8,2	5,9	2,5	20,6	10,5	2,5	1,4		17,9	3,7
Kommuner utenfor utvalget ...	24,5	3,7	8,5	4,3	3,0	24,7	7,4	3,4	1,1		15,7	3,6

Tabell 6.6. Estimerte variasjonskoeffisienter for prosentandelene over. Prosent restavfall og antall sorteringsanalyser for kommunene i utvalget.

	Papir	Glass	Plast	Metall	EE	Mat	Park	Tekstil	Farlig	Annet brennbart	Prosent restavfall	Antall sorteringsanalyser
Bærum	4,3	15,3	22,6	12,5	21,0	8,1	3,8	21,7	13,3	7,8	39,5	1
Asker	5,5	14,7	19,7	12,9	12,7	7,7	6,6	23,7	11,1	9,5	52,0	1
Oslo	6,3	20,0	20,7	22,5	18,2	12,2	15,9	29,5	25,6	11,9	54,8	1
Arendal	4,1	9,0	12,3	20,5	28,6	5,4	33,2	23,3	38,4	11,5	40,0	1
Birkenes	5,7	17,0	15,3	12,2	14,5	6,6	6,6	23,6	6,1	7,7	44,8	1
Evje og Hornnes	8,0	19,7	15,9	15,5	10,8	9,1	23,5	29,8	28,8	11,7	50,4	1
Kristiansand	3,7	16,6	10,2	9,8	12,5	4,6	4,1	20,0	7,4	4,7	40,3	2
Mandal	5,1	15,8	10,1	12,6	26,0	5,1	11,0	19,3	20,5	4,3	48,3	2
Vennesla	3,5	16,9	10,2	10,3	12,9	4,6	4,4	23,7	6,6	4,6	40,4	2
Songdalen	3,6	15,8	9,5	10,3	11,7	4,5	5,6	17,5	13,2	7,1	40,4	2
Søgne	3,5	16,7	9,4	10,4	12,5	4,5	4,1	21,4	15,6	7,0	40,4	2
Stavanger	2,7	9,0	9,2	13,6	3,9	2,5	5,3	13,4	18,0	6,4	37,2	2
Hå	4,2	18,3	13,9	21,5	6,1	4,3	5,5	18,9	44,9	9,1	37,2	1
Klepp	4,6	17,4	16,3	21,1	12,3	4,5	3,3	20,0	42,4	9,2	37,2	1
Time	4,0	17,5	15,9	21,5	6,0	4,6	9,1	19,3	44,1	9,7	37,2	1
Gjesdal	4,4	17,6	15,0	19,6	6,6	4,5	9,5	20,6	45,4	9,5	37,2	1
Sola	4,5	18,8	16,1	21,5	6,6	4,5	6,9	19,5	41,3	9,3	37,2	1
Randaberg	5,1	18,4	15,1	21,5	8,1	4,3	8,5	20,9	44,5	10,3	37,2	1
Rennesøy	4,9	18,8	16,8	20,5	7,8	4,6	11,6	21,2	45,3	11,1	37,2	1
Bergen	4,3	13,7	13,9	9,5	16,5	7,2	10,3	19,2	13,1	6,3	66,9	3
Trondheim	4,3	12,8	14,9	21,2	8,0	6,7	9,3	19,9	32,5	12,1	64,8	2
HRA	4,6	18,3	16,8	10,0	9,0	6,5	1,6	30,6	27,9	6,6	35,9	1
NOMIL	6,9	18,1	19,1	11,5	8,8	7,1	52,4	43,0	11,8	10,5	70,8	1
RID	3,7	11,9	12,0	8,4	7,9	5,0	5,4	17,8	8,0	4,8	44,5	2
VESAR	3,9	10,8	11,6	7,0	8,1	5,4	3,1	19,4	8,6	5,6	42,1	2
Kommuner utenfor utvalget	14,2	27,1	24,3	34,0	34,8	19,3	65,0	25,4	51,0	23,9	65,8	

Tabell 6.7. Utsortert mengde av hver fraksjon som prosentandel av estimert mengde

	Papir	Glass	Plast	Metall	EE-avfall	Mat	Park	Tekstil	Farlig	Annet brennbart	Annet ikke brennbart
Bærum	66,3	61,1	3,2	70,6	64,2	0,0	154,8	37,9	70,6	52,6	19,3
Asker	71,5	60,7	15,5	70,2	63,8	0,0	101,2	26,7	72,9	54,8	27,3
Oslo	56,9	40,0	0,1	78,3	37,2	0,0	80,3	24,3	75,7	39,2	109,5
Arendal	80,8	53,5	18,0	235,9	110,8	58,5	61,5	0,2	195,9	45,6	4,9
Birkenes	70,4	56,6	13,2	66,3	75,9	54,9	73,7	37,6	108,9	53,1	11,8
Evje og Hornnes	54,0	40,1	17,7	71,3	173,4	42,6	339,6	0,7	188,2	25,6	27,7
Kristiansand	73,7	63,6	6,7	86,5	42,3	55,2	86,5	2,8	86,1	65,5	57,0
Mandal	78,9	73,8	10,6	71,4	215,3	55,7	92,0	0,1	164,2	31,3	2,0
Vennesla	81,3	68,2	5,8	75,4	38,5	56,7	82,3	2,8	88,0	57,8	58,3
Songdalen	71,5	52,9	5,4	67,4	39,3	60,0	69,0	2,7	185,1	88,0	70,7
Søgne	72,2	59,7	4,8	65,4	37,0	53,5	77,6	2,7	175,6	83,3	98,8
Stavanger	79,4	83,5	10,3	47,6	79,0	77,3	92,4	36,9	107,0	34,4	6,6
Hå	89,1	78,2	9,4	46,1	76,7	82,8	139,6	26,6	131,7	27,2	5,1
Klepp	83,9	85,3	12,7	40,6	55,2	79,2	144,6	31,4	238,0	27,6	5,3
Time	91,0	83,9	12,0	48,4	76,4	69,7	123,2	28,1	213,4	30,0	6,0
Gjesdal	86,6	82,4	10,9	30,7	76,3	78,7	119,0	35,9	179,2	28,9	5,6
Sola	86,2	63,3	12,3	45,9	76,0	76,2	134,7	29,1	231,4	28,1	5,4
Randaberg	67,1	73,9	10,9	51,8	72,9	83,0	127,5	37,9	177,5	33,6	6,9
Rennesøy	79,9	69,6	13,7	37,4	73,4	68,0	88,9	45,2	146,0	40,2	8,9
Bergen	46,0	35,6	1,7	66,3	50,2	4,6	27,2	0,1	23,3	64,4	5,7
Trondheim	60,7	75,1	24,2	54,9	60,9	0,0	61,6	21,8	54,6	19,8	36,5
HRA	67,0	52,9	6,3	59,8	70,4	67,1	99,3	5,8	123,3	39,5	8,9
NOMIL	53,1	59,5	4,1	44,4	72,0	0,0	0,0	0,0	91,5	49,4	0,0
RID	71,1	69,5	11,9	65,1	85,4	46,5	98,5	22,8	117,6	45,2	13,4
VESAR	74,2	80,1	3,1	56,5	89,0	39,4	107,9	33,0	72,4	59,5	0,0
Landsnivå	62,2	60,1	7,0	72,5	65,6	32,6	88,3	16,4	78,7	43,3	61,5

Flere kommuner i utvalget har mye mer rapportert utsortert farlig avfall og parkavfall enn de totale mengdene estimert farlig avfall og parkavfall, så hvis Kostra-tallene er riktige, må våre estimater være for små i disse kommunene.

I flere kommuner er den faktiske mengden farlig avfall nødt til å ligge utenfor et 95 prosents konfidensintervall basert på usikkerhetsestimater for kommunen. Dette kan tyde på at usikkerhetsestimaterne for farlig avfall er for små.

7. Estimering og usikkerhet – direkte metode

7.1. Strata

Kostra-data gir opplysninger om henteordning for papir og våtorganisk, men det viser seg at det er dårlig samsvar mellom henteordning og hvor mye utsortert papir/mat det er i kommunen. Vi bruker derfor heller andelen utsortert papir og mat som grunnlag for stratuminndelingen.

Tabell 7.1. Prosent utsortert papir og mat i utvalget

Navn	Prosent utsortert papir	Prosent utsortert mat
Evje og Hornes	12,6	9,7
NOMIL	13,3	0,0
HRA	13,4	12,1
Bergen	14,2	0,9
Birkenes	15,0	12,2
RID	16,2	9,9
Kristiansand	16,9	11,8
VESAR	17,0	8,1
Songdalen	17,3	12,7
Asker	17,4	0,0
Vennesla	17,4	12,1
Mandal	17,6	11,5
Søgne	17,7	12,3
Bærum	18,3	0,0
Oslo	18,5	0,0
Trondheim	19,1	0,0
Rennesøy	19,2	22,4
Gjesdal	19,2	22,3
Klepp	19,2	22,3
Randaberg	19,2	22,4
Stavanger	19,2	22,3
Time	19,2	22,3
Hå	19,2	22,4
Sola	19,2	22,3
Arendal	22,5	16,3

For papir er prosent utsortert nesten kontinuerlig, mens for mat er det et klarere skille mellom ingenting og noe. Dette ser vi også i populasjonen:

Tabell 7.2. Persentiler for prosent utsortert papir og matavfall i populasjonen

Persentil	Papir	Mat
100 %	26,9	59,5
99 %	23,8	53,7
95 %	21,9	22,6
90 %	19,9	22,3
75 %	17,4	17,7
50 %	15,1	11,8
25 %	12,4	0,9
10 %	7,3	0,0
5 %	4,8	0,0
1 %	1,5	0,0
0 %	0,0	0,0

Vi har delt inn i to strata: Over og under 5 prosent utsortert matavfall. I populasjonen har 33 prosent av kommunene mindre eller lik 5 prosent utsortert matavfall.

Setter vi grensen på 10 prosent utsortert matavfall, havner 46 prosent av befolkningen i stratumet med minst utsortert matavfall.

7.2. Kort oversikt over estimeringsmetoden

For kommuner der vi har sorteringsanalyser, estimeres fordelingen i restavfallet i kommunen i 2004 ved å bruke gjennomsnittsandeler fra sorteringsanalysene i kommunen. Restavfallet for 2004 fordeles etter denne nøkkelen, og utsorterte fraksjoner for 2004 legges til til slutt.

For kommuner der vi ikke har sorteringsanalyser, antas det at fordelingen i restavfallet er som (det uvektede) gjennomsnittet blant kommuner i samme stratum. Det vil si at for eksempel andelen papir regnes ut ved å ta gjennomsnittet av andelen papir fra kommunene i stratumet. Begrunnelsen for å bruke uvektede gjennomsnitt er, som i den indirekte metoden, variansantakelsene i modellen.

For å aggregere opp til landsnivå, summeres estimerte mengder over alle kommuner. Andelen av hver fraksjon på landsnivå følger da av dette.

7.3. Modell for en fraksjons andel av restavfallet

I den direkte modellen er det andelen i restavfallet som er basisvariabelen som modelleres, og som antas å være tilnærmet konstant mellom kommuner i samme stratum.

Vi antar at andelen er like for alle år for en gitt kommune, dvs.

$P_{rest, fr, i, x} = P_{rest, fr, i, y}$ for vilkårlige år x og y , slik at vi kan se bort fra indeksen for år ved disse andelenene.

Andelen av en fraksjon modelleres som en stratumparameter pluss et tilfeldig feilledd:

$$P_{rest, fraksjon, kommune} = P_{rest, fraksjon, stratum} + \varepsilon_{rest, fraksjon, kommune}$$

Vi antar at feilleddet har forventning 0 og varians $\sigma_{rest, fraksjon, stratum}^2$, der $stratum$ betyr stratumet til kommunen. Merk at $\sigma_{rest, fraksjon, stratum}^2$ er forskjellig fra $\sigma_{rest, fraksjon, kommune, ar}^2$ usikkerheten for en sorteringsanalyse.

Andelen i totalavfallet, $P_{tot, fr, i}$, blir da en stokastisk variabel avledet fra $P_{rest, fr, i}$.

7.4. Estimering av fordelingen i hver kommune

For kommuner i utvalget

Fordelingen i restavfallet for kommunen estimeres ved å ta gjennomsnittet av estimatene for de årene vi har sorteringsanalyser.

$$\hat{p}_{rest, fr, i} = \frac{1}{n_{sort, i}} \sum_{ar} \hat{p}_{rest, fr, i, ar}, \text{ der}$$

$n_{sort, i}$ er antall sorteringsanalyser i kommune i .

Så estimeres antall tonn av hver fraksjon og andelen i totalavfallet ved å legge til Kostratall for 2004.

$$\hat{T}_{tot,fr,i,2004} = \hat{p}_{rest,fr,i} \cdot y_{rest,i,2004} + y_{uts,fr,i,2004}$$

$$\hat{p}_{tot,fr,i,2004} = \frac{\hat{T}_{tot,fr,i,2004}}{y_{tot,i,2004}}$$

Forventningen til estimatoren

Vi har antatt at andelen av en fraksjon i restavfallet i en gitt kommune er lik fra år til år. Kall den faktiske, realiserte andelen for $p_{rest,fr,i}$. Siden vi antar at sorteringsanalysene er forventningsrette, får vi får at den betingede forventningen blir:

$$E(\hat{p}_{rest,fr,i} | p_{rest,fr,i}) = \frac{1}{n_{sort,i}} \sum_{ar} E(\hat{p}_{rest,fr,i,ar} | p_{rest,fr,i}) = p_{rest,fr,i}$$

Ubetinget er forventningen lik forventningen i stratumet til kommune i :

$$E(\hat{p}_{rest,fr,i}) = EE(\hat{p}_{rest,fr,i} | P_{rest,fr,i}) = E(P_{rest,fr,i}) = p_{rest,fr,str(i)}$$

Vi finner modellforventningen til estimatoren for andelen i totalavfallet:

$$E(\hat{p}_{tot,fr,i,2004}) = \frac{E(\hat{T}_{tot,fr,i,2004})}{y_{tot,i,2004}} = \frac{p_{rest,fr,str(i)} \cdot y_{rest,i,2004} + y_{uts,fr,i,2004}}{y_{tot,i,2004}}$$

$$E(p_{tot,fr,i,2004}) = \frac{E(T_{tot,fr,i,2004})}{y_{tot,i,2004}} = \frac{E(P_{rest,fr,i}) \cdot y_{rest,i,2004} + y_{uts,fr,i,2004}}{y_{tot,i,2004}} = E(\hat{p}_{tot,fr,i,2004})$$

Vi har dermed at $E(\hat{p}_{tot,fr,i,2004} - p_{tot,fr,i,2004}) = 0$ og estimatoren er modellforventningsrett.

Variansen til estimatoren

Vi beregner modellvariansen, dvs. variansen til differansen mellom estimert og faktisk andel.

Betinget gitt den realiserte andelen i restavfallet:

$$\begin{aligned}
& \text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i} \mid P_{rest,fr,i} = p_{rest,fr,i}) = \text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,i} \mid P_{rest,fr,i} = p_{rest,fr,i}) \\
& = \left(\frac{y_{rest,i,2004}}{y_{tot,i,2004}} \right)^2 \text{Var}(\hat{p}_{rest,fr,i} \mid P_{rest,fr,i} = p_{rest,fr,i}) \\
& = \left(\frac{y_{rest,i,2004}}{y_{tot,i,2004}} \right)^2 \text{Var}\left(\frac{1}{n_{sort,i}} \sum_{ar} \hat{p}_{rest,fr,i,ar} \mid P_{rest,fr,i} = p_{rest,fr,i} \right) \quad (12) \\
& = \left(\frac{y_{rest,i,2004}}{y_{tot,i,2004}} \right)^2 \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \text{Var}(\hat{p}_{rest,fr,i,ar} \mid P_{rest,fr,i} = p_{rest,fr,i}) \\
& = \left(\frac{y_{rest,i,2004}}{y_{tot,i,2004}} \right)^2 \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \sigma_{rest,fr,i,ar}^2(p_{rest,fr,i})
\end{aligned}$$

Dette er det samme som for den indirekte metoden, bortsett fra at faktorene

$$\left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 \text{ er erstattet med en felles faktor } \left(\frac{y_{rest,i,2004}}{y_{tot,i,2004}} \right)^2.$$

På samme måte som for den indirekte metoden kan vi nå utlede at den ubetingede modellvariansen blir:

$$\text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i}) = \left(\frac{y_{rest,i,2004}}{y_{tot,i,2004}} \right)^2 \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2(P_{rest,fr,i}))$$

For kommuner utenfor utvalget

Her antar vi at fordelingen i restavfallet er som gjennomsnittsfordelingen i stratumet til kommunen.

$$\hat{p}_{rest,fr,j} = \frac{1}{n_{kom,str(j)}} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \hat{p}_{rest,fr,i}, \text{ der } \hat{p}_{rest,fr,i} = \frac{1}{n_{sort,i}} \sum_{ar} \hat{p}_{rest,fr,i,ar}$$

$$\hat{p}_{tot,fr,j} = \frac{\hat{p}_{rest,fr,j} \cdot y_{rest,j,2004} + y_{uts,fr,j,2004}}{y_{tot,j,2004}}$$

Forventningen til
estimatoren

$$E(\hat{p}_{rest,fr,j}) = \frac{1}{n_{kom,str(j)}} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} E(\hat{p}_{rest,fr,i}) = P_{rest,fr,str(j)}$$

$$E(\hat{p}_{tot,fr,j}) = \frac{P_{rest,fr,str(j)} \cdot y_{rest,j,2004} + y_{uts,fr,j,2004}}{y_{tot,j,2004}}$$

$$\text{så } E(\hat{p}_{tot,fr,j} - P_{tot,fr,j}) = 0$$

Variansen til estimatoren

Den ubetingede variansen til $\hat{p}_{rest,fr,i}$ for en kommune i utvalget:

$$\text{Var}(\hat{p}_{rest,fr,i}) = E\text{Var}(\hat{p}_{rest,fr,i} | p_{rest,fr,i}) + \text{Var}E(\hat{p}_{rest,fr,i} | p_{rest,fr,i})$$

Ved hjelp av (12) får vi at det første leddet blir

$$E\text{Var}(\hat{p}_{rest,fr,i} | p_{rest,fr,i}) = \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i}))$$

Andre ledd:

$$\text{Var}E(\hat{p}_{rest,fr,i} | p_{rest,fr,i}) = \text{Var}(P_{rest,fr,i}) = \sigma_{rest,fr,str(i)}^2$$

Modellvariansen til estimatoren:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{p}_{rest,fr,j} - P_{rest,fr,j}) &= \text{Var}\left(\frac{1}{n_{kom,str(j)}} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \hat{p}_{rest,fr,i} - P_{rest,fr,j}\right) \\ &= \left(\frac{1}{n_{kom,str(j)}}\right)^2 \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} (\text{Var}(\hat{p}_{rest,fr,i})) + \sigma_{rest,fr,str(j)}^2 \\ &= \left(\frac{1}{n_{kom,str(j)}}\right)^2 \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i})) + \sigma_{rest,fr,str(j)}^2\right) + \sigma_{rest,fr,str(j)}^2 \\ &= \left(\frac{1}{n_{kom,str(j)}}\right)^2 \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i}))\right) + \frac{n_{kom,str(j)} + 1}{n_{kom,str(j)}} \sigma_{rest,fr,str(j)}^2 \end{aligned}$$

så

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{p}_{tot,fr,j} - P_{tot,fr,j}) &= \text{Var}\left(\frac{\hat{p}_{rest,fr,j} \cdot y_{rest,j,2004} + y_{uts,fr,j,2004}}{y_{tot,j,2004}} - \frac{P_{rest,fr,j} \cdot y_{rest,j,2004} + y_{uts,fr,j,2004}}{y_{tot,j,2004}}\right) \\ &= \left(\frac{y_{rest,j,2004}}{y_{tot,j,2004}}\right)^2 \text{Var}(\hat{p}_{rest,fr,j} - P_{rest,fr,j}) \end{aligned}$$

7.5. Estimering av variansparametrene i modellen for andeler i restavfallet

Dette gjøres analogt med estimeringen av $\sigma_{tot,fr,h}^2$ i den indirekte modellen. La

$$SS_h = \sum_{i \in S_{kom,h}} (\hat{p}_{rest,fr,i} - \hat{p}_{rest,fr,h})^2, \text{ der}$$

$S_{kom,h}$ er utvalget av kommuner i stratum h , og

$\hat{p}_{rest,fr,h}$ er gjennomsnittsandelen i $S_{kom,h}$

Vi vil finne forventningen til SS_h . Vi kommer til å trenge følgende:

$$E(\hat{p}_{rest,fr,i}^2) = Var(\hat{p}_{rest,fr,i}) + (E(\hat{p}_{rest,fr,i}))^2 = Var(\hat{p}_{rest,fr,i}) + p_{rest,fr,i}^2 \quad (13)$$

$$E(\hat{p}_{rest,fr,str(j)}^2) = Var(\hat{p}_{rest,fr,str(j)}) + p_{rest,fr,str(j)}^2 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} E(\hat{p}_{rest,fr,i} \cdot \hat{p}_{rest,fr,str(i)}) &= E\left(\hat{p}_{rest,fr,i} \cdot \frac{1}{n_{kom,str(i)}} \left(\sum_{j \neq i} \hat{p}_{rest,fr,j} + \hat{p}_{rest,fr,i} \right)\right) \\ &= E\left(\frac{\hat{p}_{rest,fr,i}}{n_{kom,str(i)}} \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in S_{kom,str(j)}}} \hat{p}_{rest,fr,j} + \frac{\hat{p}_{rest,fr,i}^2}{n_{kom,str(i)}}\right) \\ &= \frac{1}{n_{kom,str(i)}} \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in S_{kom,str(j)}}} E(\hat{p}_{rest,fr,i} \cdot \hat{p}_{rest,fr,j}) + \frac{E(\hat{p}_{rest,fr,i}^2)}{n_{kom,str(i)}} \end{aligned}$$

Siden $j \neq i$ er $\hat{p}_{rest,fr,i}$ og $\hat{p}_{rest,fr,j}$ funksjoner av sorteringsanalyser fra forskjellige kommuner. De er dermed uavhengige, og forventningen til produktet er lik produktet av forventningene. De har begge ubetinget forventning $p_{rest,fr,str(i)}$, så vi får videre:

$$\begin{aligned} &= \frac{p_{rest,fr,str(i)}^2 (n_{kom,str(i)} - 1) + (Var(\hat{p}_{rest,fr,i}) + p_{rest,fr,str(i)}^2)}{n_{kom,str(i)}} \quad (\text{ved (13)}) \\ &= \frac{p_{rest,fr,str(i)}^2 n_{kom,str(i)} + Var(\hat{p}_{rest,fr,i})}{n_{kom,str(i)}} = p_{rest,fr,str(i)}^2 + \frac{Var(\hat{p}_{rest,fr,i})}{n_{kom,str(i)}} \quad (15) \end{aligned}$$

Vi får da at

$$SS_h = \sum_{i \in S_{kom,h}} (\hat{p}_{rest,fr,i} - \hat{p}_{rest,fr,h})^2 = \sum_{i \in S_{kom,h}} (\hat{p}_{rest,fr,i}^2 + \hat{p}_{rest,fr,h}^2 - 2\hat{p}_{rest,fr,i} \cdot \hat{p}_{rest,fr,h})$$

$$E(SS_h) = \sum_{i \in S_{kom,h}} (E(\hat{p}_{rest,fr,i}^2) + E(\hat{p}_{rest,fr,h}^2) - 2E(\hat{p}_{rest,fr,i} \cdot \hat{p}_{rest,fr,h}))$$

Ved å bruke (13), (14) og (15) får vi

$$\begin{aligned} E(SS_h) &= \sum_{i \in S_{kom,h}} ((Var(\hat{p}_{rest,fr,i}) + p_{rest,fr,h}^2) + (Var(\hat{p}_{rest,fr,h}) + p_{rest,fr,h}^2) - 2(p_{rest,fr,h}^2 + \frac{Var(\hat{p}_{rest,fr,i})}{n_{kom,h}})) \\ &= \sum_{i \in S_{kom,h}} (Var(\hat{p}_{rest,fr,i}) + Var(\hat{p}_{rest,fr,h}) - 2 \frac{Var(\hat{p}_{rest,fr,i})}{n_{kom,h}}) \\ &= \sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{(n_{kom,h} - 2)}{n_{kom,h}} Var(\hat{p}_{rest,fr,i}) + Var(\hat{p}_{rest,fr,h}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(n_{kom,h} - 2)}{n_{kom,h}} \sum_{i \in S_{kom,h}} Var(\hat{p}_{rest,fr,i}) + \frac{1}{n_{kom,h}} \sum_{i \in S_{kom,h}} Var(\hat{p}_{rest,fr,i}) \\
&= \frac{(n_{kom,h} - 1)}{n_{kom,h}} \sum_{i \in S_{kom,h}} Var(\hat{p}_{rest,fr,i}) \\
&= \frac{(n_{kom,h} - 1)}{n_{kom,h}} \sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i})) + \sigma_{rest,fr,str(i)}^2 \right) \\
&= \frac{(n_{kom,h} - 1)}{n_{kom,h}} \left(\sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i})) \right) \right) + (n_{kom,h} - 1) \sigma_{rest,fr,h}^2
\end{aligned}$$

slik at

$$\begin{aligned}
E\left(\frac{1}{n_{kom,h} - 1} SS_h\right) &= \frac{1}{n_{kom,h}} \left(\sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i})) \right) \right) + \sigma_{rest,fr,h}^2 \\
&= \frac{1}{n_{kom,h}} \left(\sum_{i \in S_{kom,h}} (Var(\hat{p}_{rest,fr,i} - P_{rest,fr,i})) \right) + \sigma_{rest,fr,h}^2
\end{aligned}$$

Vi kan dermed estimere $\sigma_{rest,fr,h}^2$ med

$$\hat{\sigma}_{rest,fr,h}^2 = \left(\frac{1}{n_{kom,h} - 1} SS_h \right) - \frac{1}{n_{kom,h}} \left(\sum_{i \in S_{kom,h}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \hat{E}(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i})) \right) \right)$$

eller den mer konservative estimatoren $\frac{1}{n_{kom,h} - 1} SS_h$, som vi kommer til å bruke.

8. Resultater – direkte metode

8.1. Hovedresultater

Tabell 8.1. Estimert avfallsfordeling, variasjonskoeffisient og konfidensintervall på landsnivå

	Prosent	Variasjons- koeffisient	Nedre grense 95% konf. int.	Øvre grense 95% konf. int
Papir	25,0	1,4	24,3	25,7
Glass	4,3	3,3	4,0	4,5
Plast	7,8	2,9	7,4	8,3
Metall	4,6	2,4	4,4	4,8
EE-avfall	2,2	2,4	2,1	2,3
Mat	23,5	1,9	22,6	24,5
Park	8,9	1,8	8,6	9,2
Tekstil	3,0	4,3	2,8	3,3
Farlig	1,1	3,4	1,0	1,2
Annet brennbart	14,6	1,6	14,1	15,1
Annet ikke brennbart	4,9	2,9	4,6	5,2

Disse resultatene er nokså nær resultatene fra den indirekte metoden. Usikkerheten er stort sett en tanke mindre, antakeligvis fordi den direkte metoden utnytter mer

Kostra-data. Usikkerhetsestimaterne er imidlertid også usikre. For mer om dette, se avsnitt 9.1 og 9.2.

8.2. Alternativ stratumgrense

Hovedresultatene er beregnet med en stratumgrense på 5 prosent matavfall. Til sammenligning har vi under gjort de samme beregningene med en stratumgrense på 10 prosent matavfall.

Tabell 8.2. Stratumgrense på 10 prosent matavfall

	Prosent	Variasjons- koeffisient	Nedre grense 95% konf. int.	Øvre grense 95% konf. int
Papir	25,0	1,3	24,3	25,6
Glass	4,3	3,2	4,0	4,5
Plast	8,0	3,1	7,5	8,5
Metall	4,6	2,3	4,4	4,8
EE	2,2	2,3	2,1	2,3
Mat	23,2	2,1	22,2	24,2
Park	8,8	1,8	8,5	9,1
Tekstil	3,0	4,3	2,8	3,3
Farlig	1,1	3,4	1,0	1,2
Annet brennbart	14,9	2,0	14,3	15,5
Annet ikke brennbart	5,0	2,9	4,7	5,2

Det har lite å si om vi endrer stratumgrensen.

8.3. Utsortert avfall

Tabell 8.3. Utsortert mengde av hver fraksjon som prosentandel av estimert mengde

	Papir	Glass	Plast	Metall	EE	Mat	Park	Tekstil	Farlig	Annet brennbart	Annet ikke brennbart
Bærum	77,5	63,3	3,5	81,7	74,8	0,0	94,9	42,9	89,4	61,6	37,2
Asker	72,9	62,1	16,1	74,4	83,4	0,0	85,6	29,6	90,3	57,1	25,5
Oslo	57,4	42,7	0,1	63,5	69,4	0,0	67,8	26,1	82,3	45,4	79,6
Arendal	82,7	76,9	21,1	86,7	75,2	64,4	53,2	0,2	89,3	40,7	5,5
Birkenes	71,3	54,5	13,2	67,7	76,2	55,3	89,0	37,7	98,0	49,7	12,1
Evje og Hornnes	58,7	47,5	18,7	73,5	94,9	46,0	94,5	0,8	92,9	29,9	28,4
Kristiansand ..	72,6	49,4	6,7	74,4	59,2	55,6	89,1	2,9	92,3	65,6	64,2
Mandal	64,3	54,0	10,8	61,9	80,6	58,9	76,2	0,1	92,3	45,1	3,0
Vennesla	79,4	51,6	5,8	66,0	51,4	57,2	87,5	2,9	93,8	57,9	66,3
Songdalen	77,2	46,6	6,1	65,1	61,5	66,5	80,5	3,1	95,9	63,4	53,6
Søgne	77,9	51,4	5,4	63,4	58,0	59,1	90,9	3,0	93,5	61,1	67,6
Stavanger	81,5	80,9	10,0	48,4	93,6	78,8	83,3	37,9	78,7	33,5	6,4
Hå	86,7	71,2	10,4	49,9	94,2	81,4	96,7	29,8	71,6	29,0	5,8
Klepp	82,4	76,7	13,9	44,0	66,4	78,4	98,9	35,3	90,3	29,5	6,0
Time	88,4	75,7	13,2	52,1	94,2	70,0	89,4	31,4	87,4	31,8	6,7
Gjesdal	84,7	74,8	12,0	33,6	93,1	77,9	87,6	40,2	82,2	30,7	6,3
Sola	84,3	60,2	13,5	49,4	93,1	75,8	94,6	32,7	90,3	29,9	6,1
Randaberg	67,7	68,6	12,1	55,8	89,0	81,5	91,2	42,5	82,3	35,4	7,7
Rennesøy	78,9	65,3	15,0	40,7	90,0	68,5	71,9	50,0	75,4	41,9	10,0
Bergen	43,6	34,4	1,7	67,8	78,7	4,4	26,8	0,1	43,9	57,1	13,1
Trondheim	64,2	69,7	20,2	50,1	91,8	0,0	68,9	21,3	69,3	18,9	30,5
HRA	72,7	50,5	7,0	61,8	85,7	56,3	96,9	5,3	79,9	44,9	8,2
NOMIL	54,4	59,6	3,9	55,9	88,6	0,0	0,0	0,0	94,3	53,7	0,0
RID	71,4	63,5	11,4	70,0	87,6	44,7	82,7	22,6	94,0	47,9	23,2
VESAR	71,6	71,7	3,2	73,1	88,5	40,3	93,4	32,9	91,5	54,1	0,1
Landsnivå	64,2	55,7	7,3	66,1	81,8	32,2	78,7	17,8	81,0	45,3	54,1

I den direkte metoden blir de utsorterte mengdene alltid mindre enn de estimerte totale mengdene for hver fraksjon.

Når vi sammenligner utsorteringsgrader på landsnivå estimert med indirekte og direkte metode, ser vi relativt store forskjeller noen steder, selv om materialfordelingen til alt avfall ser nokså lik ut med de to metodene. For eksempel er prosentandelen EE-avfall, estimert med indirekte og direkte metode, henholdsvis 2,76 og 2,21 prosent, mens utsorteringsprosentandelen er henholdsvis 65,5 og 81,8. Det kommer av at 2,76 er nesten 25 prosent mer enn 2,21. I tonn får vi en estimert mengde EE-avfall på 48 038 med indirekte metode og 38 526 med direkte metode. I begge tilfeller har vi 31 489 tonn utsortert EE-avfall.

9. Sammenligning av variansene

I tabellen under har vi samlet estimatorene og variansformlene, for lettere å kunne sammenligne den indirekte og den direkte metoden.

Tabell 9.1. Estimatorer og variansformler

	Estimator	Modellvarians
Indirekte metode Kommuner i utvalget	$\hat{p}_{tot,fr,i} = \frac{1}{n_{sort,i}} \sum_{ar} \hat{p}_{tot,fr,i,ar}$ <p>der</p> <p>$n_{sort,i}$ er antall sorteringsanalyser i kommune i, og</p> $\hat{p}_{tot,fr,i,ar}$ $= \frac{1}{y_{tot,i,ar}} (\hat{p}_{rest,fr,i,ar} \cdot y_{rest,i,ar} + y_{uts,fr,i,ar})$	$Var(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i})$ $= \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} \left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{tot,fr,i}))$ <p>Denne reduseres av: Høy nøyaktighet på sorteringanalysen(e) i kommunen Flere sorteringsanalyser Lav andel restavfall i kommunen</p>
Indirekte metode Kommuner utenfor utvalget	$\hat{p}_{tot,fr,j} = \hat{p}_{tot,fr,str(j)}$ $= \frac{1}{n_{kom,str(j)}} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \hat{p}_{tot,fr,i}$ <p>der</p> <p>$n_{kom,str(j)}$ er antall kommuner i utvalget i stratimet til kommune j.</p> <p>$S_{kom,str(j)}$ er alle kommuner i utvalget i stratimet til kommune j.</p> <p>Siden vi bare har ett stratum, blir disse like for alle kommuner utenfor utvalget.</p>	$Var(\hat{p}_{tot,fr,j} - P_{tot,fr,j})$ $= \left(\frac{1}{n_{kom,str(j)}^2} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} (Var(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i})) \right)$ $+ \frac{n_{kom,str(j)} + 1}{n_{kom,str(j)}} \sigma_{tot,fr,str(j)}^2$ <p>Her har det første leddet med nøyaktigheten på estimatene fra kommunene i utvalget å gjøre, og det siste leddet har med variasjon i faktisk andel mellom kommuner å gjøre.</p> <p>Reduseres av: Høy nøyaktighet på estimatene fra kommunene i utvalget Mange kommuner i utvalget Lav variasjon i faktisk andel mellom kommuner</p>
Indirekte metode Landsbasis	$\hat{p}_{tot,fr,2004} = \hat{T}_{tot,fr,2004} / y_{tot,2004}$ <p>der</p> $\hat{T}_{tot,fr,2004} = \sum_{i \in pop} \hat{p}_{tot,fr,i} \cdot y_{tot,i,2004}$	$Var(\hat{p}_{tot,fr,2004} - P_{tot,fr,2004})$ $= \frac{1}{y_{tot,2004}^2} \sum_{i \in pop} y_{tot,i,2004}^2 Var(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i})$
Direkte metode Kommuner i utvalget	$\hat{p}_{tot,fr,i,2004}$ $= \frac{\hat{p}_{rest,fr,i} \cdot y_{rest,i,2004} + y_{uts,fr,i,2004}}{y_{tot,i,2004}}$ <p>der</p> $\hat{p}_{rest,fr,i} = \frac{1}{n_{sort,i}} \sum_{ar} \hat{p}_{rest,fr,i,ar}$ <p>(gjennomsnittandel fra alle sorteringsanalyser i kommunen)</p>	$Var(\hat{p}_{tot,fr,i} - P_{tot,fr,i})$ $= \left(\frac{y_{rest,i,2004}}{y_{tot,i,2004}} \right)^2 \frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i}))$ <p>Denne er svært lik det tilsvarende uttrykket for den indirekte metoden. Forskjellen er at vi bruker andelen restavfall i 2004 istedenfor andelen restavfall de årene sorteringsanalysene i kommunen ble utført.</p>
Direkte metode Kommuner utenfor utvalget	$\hat{p}_{tot,fr,j}$ $= \frac{\hat{p}_{rest,fr,j} \cdot y_{rest,j,2004} + y_{uts,fr,j,2004}}{y_{tot,j,2004}}$ <p>der</p> $\hat{p}_{rest,fr,j} = \frac{1}{n_{kom,str(j)}} \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \hat{p}_{rest,fr,i}$ <p>(gjennomsnittandel i kommunens stratum)</p>	$Var(\hat{p}_{tot,fr,j} - P_{tot,fr,j}) =$ $\left(\frac{y_{rest,j,2004}}{y_{tot,j,2004}} \right)^2 Var(\hat{p}_{rest,fr,j} - P_{rest,fr,j})$ <p>der</p> $Var(\hat{p}_{rest,fr,j} - P_{rest,fr,j})$ $= \left(\frac{1}{n_{kom,str(j)}} \right)^2 \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}^2} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i})) \right)$ $+ \frac{n_{kom,str(j)} + 1}{n_{kom,str(j)}} \sigma_{rest,fr,str(j)}^2$ <p>Slik at</p>

$$\begin{aligned} & Var(\hat{p}_{tot,fr,j} - P_{tot,fr,j}) \\ &= \left(\frac{y_{rest,j,2004}}{y_{tot,j,2004}} \right) \left(\frac{1}{n_{kom,str(j)}} \right)^2 \sum_{i \in S_{kom,str(j)}} \left(\frac{1}{n_{sort,i}} \sum_{ar} E(\sigma_{rest,fr,i,ar}^2 (P_{rest,fr,i})) \right) \\ &+ \left(\frac{y_{rest,j,2004}}{y_{tot,j,2004}} \right) \frac{n_{kom,str(j)} + 1}{n_{kom,str(j)}} \sigma_{rest,fr,str(j)}^2 \end{aligned}$$

Det første leddet har mye felles med det tilsvarende leddet for den indirekte metoden. Forskjellen er at her inngår andelen restavfall i kommunen i 2004, istedenfor andelene restavfall i kommunene i utvalget for de årene det finnes sorteringsanalyser.

Det andre leddet skiller seg fra det tilsvarende leddet for den indirekte metoden på to måter. For det første kommer andelen restavfall i kommunen inn og reduserer det. For det andre inngår variasjonen i faktisk andel i restavfallet i stratumet, istedenfor i totalavfallet i hele landet. Vi antar at variasjonen i restavfallet som regel er større enn i totalavfallet, men siden vi har to strata i den direkte metoden, blir forskjellen mindre. Tabellen under viser estimerte standardavvik for andeler i restavfallet og totalavfallet. Som indirekte metode

Direkte metode
Landsbasis

Som indirekte metode

Tabell 9.2. Estimerte standardavvik for andeler i restavfallet og totalavfallet

	Papir	Glass	Plast	Metall	EE-avfall	Mat	Parkavfall	Tekstil	Farlig	Brennbart	Ikke brennbart
$\hat{\sigma}_{tot,fr,Norge}$	0,034	0,010	0,020	0,014	0,010	0,047	0,047	0,008	0,005	0,037	0,016
$\hat{\sigma}_{rest,fr,under5}$	0,063	0,013	0,014	0,009	0,002	0,106	0,028	0,006	0,003	0,022	0,012
$\hat{\sigma}_{rest,fr,over5}$	0,043	0,013	0,034	0,014	0,009	0,048	0,015	0,017	0,003	0,043	0,024

9.1. Varianseestimatorenes følsomhet overfor feil i Kostra-dataene

Både for den direkte og den indirekte metoden er modellvariansene regnet ut under forutsetning av at Kostra-dataene er kjente konstanter observert uten målefeil. Hvis vi hadde lagt inn målefeil i modellen for Kostra-data, ville begge variansformlene fått et ekstra ledd, og blitt større. Estimatorene kan likevel bli påvirket ulikt av feil i Kostra.

Modellparameteren $\sigma_{tot,fr,Norge}^2$ i den indirekte metoden estimeres ved hjelp av den empiriske variansen mellom andelene i totalavfallet i kommunene i datasettet,

$$\hat{\sigma}_{tot,fr,Norge}^2 = \frac{1}{n_{kom,Norge}} \sum_{i \in S_{kom,Norge}} (\hat{p}_{tot,fr,i} - \hat{p}_{tot,fr,Norge})^2$$

En rapporteringsfeil i Kostra

vil antakeligvis stort sett føre til at den observerte andelen av fraksjonen i totalavfallet i kommunen blir liggende lenger unna gjennomsnittet over kommuner. Dette vil øke estimatet for $\sigma_{tot,fr,Norge}^2$, og dermed også hele modellvariansen i den indirekte metoden. Estimaten for modellvariansen i den direkte metoden vil ikke bli påvirket av feilrapportering av enkeltfraksjoner i Kostra, siden det er empirisk variasjon mellom andeler i sorteringsanalysene som inngår her. Så selv om målefeil ikke er modellert i noen av metodene, vil de sannsynligvis til en viss grad blir reflektert i variansestimaten i den indirekte metoden.

9.2. Varianseestimatorenes skjevhet

Det er tre parametre som inngår i variansformlene: $\sigma_{rest,fr,i,ar}^2$ (nøyaktigheten på sorteringsanalysene), $\sigma_{tot,fr,Norge}^2$ (variasjon mellom kommuner i faktisk andel av en

fraksjon i totalavfallet) og $\sigma_{rest,fr,Norge}^2$ (variasjon mellom kommuner i faktisk andel av en fraksjon i restavfallet). Vi har ikke forventningsrette estimatorene for disse parametrene, så vi har valgt estimatorene som overestimerer de sanne størrelsene. Vi får derfor konservative variansestimater, dvs. estimater som sannsynligvis er for store. Dette betyr at de sannsynligvis er større enn den sanne modellvariansen gitt den modellen vi har lagt til grunn. Dette gjelder både den indirekte og den direkte metoden. Som beskrevet i avsnittet over, vil eventuelle feil i Kostra-dataene sannsynligvis gjøre variansestimaterne for den indirekte metoden enda mer for store, men ikke ha denne effekten for den direkte metoden.

Modellen vi bruker tar ikke hensyn til usikkerhet i Kostra-data. Hvis vi hadde tatt hensyn til dette, ville den faktiske modellvariansen ha økt for begge metodene.

10. Feilkilder

Kostra Det er noen uoppgitte mengder i Kostra. Disse tolkes som 0. For 2004 er det ingen uoppgitte mengder. For de andre årene er det følgende manglende data:

Tabell 10.1. Kommuner med manglende Kostra-data

Navn	År	Selskap	Papir	Glass	Plast	Metall	EE-avfall	Våt-org.	Tre	Park	Tekstil	Farlig	Annet	Rest
Bærum	2005	Bærum	9 815	1 209	110	1 119	504	.	4 098	6 976	625	579	670	19 430
Jevnaker	2006	HRA	559	57	38	169	97	417	353	811	2	21	.	1 270
Lunner	2006	HRA	770	78	52	233	134	574	485	1 116	3	29	.	1 747
Gran	2006	HRA	1 173	119	80	355	204	875	740	1 701	4	45	.	2 662
Ringerike	2006	HRA	2 517	256	171	762	437	1 876	1 587	3 649	8	95	.	5 710
Hole	2006	HRA	476	49	32	144	83	356	301	692	2	18	.	1 082
Oslo	2005	Oslo	38 398	4 739	48	3 940	3 578	.	12 858	7 533	1 719	1 808	13 935	128 577
Modum	2002	RID
Nedre Eiker	2002	RID
Lier	2002	RID
Røyken	2002	RID
Hurum	2002	RID	526	87	12	13	.	312	.	.	23	.	.	1 546
Svelvik	2002	RID
Songdalen	2006	RKR	388	39	13	69	58	371	7	135	.	.	.	1 026
Søgne	2006	RKR	692	69	23	123	104	661	13	240	.	.	.	1 830
Sandefjord	2002	VESAR	2 464	518	15	1 200	200	1 509	882	3 742	127	145	.	5 609
Sandefjord	2006	VESAR	2 608	543	46	483	588	1 960	1 837	3 627	70	322	.	7 667

VESAR, RID og HRA behandles på selskapsnivå. I RID i 2002 mangler det mye, siden fem kommuner har uoppgitt på alt. I 2006, der det ikke er noen manglende data i RID, hadde disse fem kommunene 47 prosent av avfallet i RID.

Konverteringen av våtorganisk avfall over i andre fraksjoner er usikker. Noe uøyaktighet oppstår også fordi SSB selv fordeler avfall fra interkommunale avfallsselskaper på kommune etter folketall. Noe kan skyldes rene rapporteringsfeil. Det er en mulig feil for "annet ikke brennbart" i Bergen i 2002. Dette kan påvirke estimatene for denne fraksjonen noe.

Disse usikkerhetene blir ikke modellert, og de blir dermed heller ikke tatt hensyn til i usikkerhetsberegningene (men se avsnitt 9.1). Vi antar at de har relativt lite å si for usikkerheten på landsnivå.

Utvalget av kommuner

Kommunene i utvalget er ikke trukket tilfeldig, men består av de kommunene der det har blitt gjennomført sorteringsanalyser. Vi har imidlertid prøvd å stratifisere kommunene etter storby/småby/resten, og fant at dette gjorde lite utslag. Vi kan

ikke se noen spesiell grunn til å tro at kommunene utenfor utvalget skulle være særlig forskjellig fra kommunene i utvalget.

Årstider Sorteringsanalysene er stort sett gjennomført sommer og høst. Av de 36 analysene er 4 gjennomført om våren, 4 om vinteren, 14 om sommeren, og 14 om høsten. Vi tenker oss at det særlig kan være årstidsvariasjon for park- og hageavfall. Siden mesteparten av denne typen avfall sorteres ut, burde det ikke være noen stor feilkilde. Andre kilder til årstidsvariasjon kan være feriereiser og hytteopphold (hytteavfall er inkludert i husholdningsavfallet), større oppryddinger og utendørs oppussing.

Imputering Dataene fra sorteringsanalysene mangler fire andeler for Bergen i tre analyser, og tre andeler for Trondhjem i to analyser. Disse har vi imputert. Dette medfører en ekstra usikkerhet som det ikke er tatt hensyn til i usikkerhetsberegningene, men vi antar at denne er liten.

11. Konklusjon

Det er ikke veldig stor forskjell på de to metodene. Vi får omtrent de samme punkttestimatene, og presisjonen er også omtrent lik. Den direkte metoden har den fordel at total mengde estimert avfall av en fraksjon i en kommune alltid blir større eller lik utsortert mengde rapportert gjennom Kostra. Den direkte metoden bruker også mer Kostra-data, og er derfor mindre sårbar overfor eventuelle systematiske skjevheter i utvalgsdataene. Vi anbefaler derfor å bruke den direkte metoden.

12. Programmer og datafiler

12.1. Datafiler

- Sammenlikning av resultater1.xls - Fordelinger fra sorteringsanalyser. De blå skal ikke brukes.
- KostraForSorteringsanalyser.xls - KOSTRA-data for de kommunene og de årene der det finnes sorteringsanalyser. Laget fra diverse versjoner av Dataforespørsel.xls
- Henteordninger.xls - KOSTRA-data for 2004 og 2006 for alle kommuner
- Bosettingstetthet.xls - Antall i tettbygd strøk og antall utenfor tettbygd strøk i hver kommune i 2004. Antall i sentrum og stratuminndeling basert på innbyggertall.

12.2. Programmer

Indirekte metode:

libname.sas

lagdatasett.sas

estimer.sas

imputering.sas

estimer.sas - Kjøres på nytt etter imputeringen

Direkte metode:

lagdatasett.sas

estimer_direkte.sas

imputering_direkte.sas

estimer_direkte.sas - Kjøres på nytt etter imputeringen

12.3. Variabelnavn

uts_papir: Utsortert mengde papir fra Kostra

altavfall: Summen av utsorterte fraksjoner og restavfall (Kostra)

pr_papir: Estimert andel papir i restavfallet fra sorteringsanalysen ($\hat{p}_{rest,papir,i,ar}$)

pr_papir_est: Regnet ut for kommunene i populasjonen. Estimert prosent papir i restavfallet, regnet ut som (papir-uts_papir)/rest.

pr2_papir: Estimert andel papir av alt avfallet, uansett hvor det er kastet ($\hat{p}_{tot,papir,i,ar}$).

pr2_papir_kom: Estimert andel papir av alt avfallet, uansett hvor det er kastet, på kommunenivå. Gjennomsnittet av pr2_papir over år ($\hat{p}_{tot,papir,i}$)

pr2_papir_str: Estimert for stratumparameteren $p_{tot,papir,h}$. Gjennomsnittet av pr2_papir_kom i stratomet. ($\hat{p}_{tot,papir,h}$)

papir: Estimert total mengde papir. For datasettet med sorteringsanalyser er dette basert på sorteringsanalysen og kostra-data for vedkommende år

($\hat{p}_{rest,papir,i,ar} \cdot y_{rest,i,ar} + y_{uts,papir,i,ar}$). For populasjonen av kommuner i 2004 er

papir lik $\hat{p}_{tot,papir,i} \cdot y_{tot,i,2004}$, der $\hat{p}_{tot,papir,i}$ er pr2_papir_kom for kommuner i utvalget og pr2_papir_str for kommuner utenfor utvalget.

sigma2_rest_papir: Anslått varians i sorteringsanalysen, $\hat{\sigma}_{rest,papir,i,ar}^2$

innmat_papir: Estimert for innmaten i summen i formelen for modellvariansen for

kommuner i utvalget ($\left(\frac{y_{rest,i,ar}}{y_{tot,i,ar}} \right)^2 \hat{\sigma}_{rest,papir,i,ar}^2$).

Var_p_papir: Estimert modellvariens for andelen papir (forskjellig formel for kommuner i og utenfor utvalget)

empvar_pr2_papir_str: SS_h

sigma2_tot_papir_str: Estimert for $\sigma_{tot,papir,h}^2$

Referanser

- [1] Håkon Skullerud, Barbara K. Frøyen, Olav Skogesal og Anne Vedø: Estimering av materialfordelingen til husholdningsavfall i 2004 – Hovedrapport, Rapport nr. 42/2010
- [2] Sorteringsanalyser – Kommunalt avfall, SFT kontrakt nr. 971470, SFT/Interkonsult, 1998

Tabellregister

3.1. Fraksjonene i Kostra sammenlignet med fraksjonene brukt i denne analysen	9
3.2. Kostra-data. Utsortert avfall og restavfall som prosent av alt avfall	9
3.3. Oversikt over sorteringsanalyser	10
3.4. Data fra sorteringsanalysene	11
3.5. Fordeling for våtorganisk avfall i prosent	12
4.1. Prosentandeler før og etter imputering i Trondheim	13
4.2. Prosentandeler før og etter imputering i Bergen	14
4.3. Prosentandeler før og etter imputering i Trondheim	14
4.4. Prosentandeler før og etter imputering i Bergen	14
5.1. De ti kommunene med høyest andel bosatt i sentrumsnære strøk	15
5.2. Beregning av k, basert på plukkanalyser	24
6.1. Estimert avfallsfordeling, variasjonskoeffisient og konfidensintervall på landsnivå	27
6.2. Fordeling i de tre strataene	27
6.3. Estimert fordeling på landsbasis	28
6.4. Alternativ usikkerhetsestimering	28
6.5. Estimerte prosentandeler av hver fraksjon i det totale husholdningsavfallet	29
6.6. Estimerte variasjonskoeffisienter for prosentandelene over. Prosent restavfall og antall sorteringsanalyser for kommunene i utvalget	30
6.7. Utsortert mengde av hver fraksjon som prosentandel av estimert mengde	30
7.1. Prosent utsortert papir og mat i utvalget	31
7.2. Persentiler for prosent utsortert papir og matavfall i populasjonen	31
8.1. Estimert avfallsfordeling, variasjonskoeffisient og konfidensintervall på landsnivå	37
8.2. Stratumgrense på 10 prosent matavfall	38
8.3. Utsortert mengde av hver fraksjon som prosentandel av estimert mengde	39
9.1. Estimatorer og variansformler	40
9.2. Estimerte standardavvik for andeler i restavfallet og totalavfallet	41
10.1. Kommuner med manglende Kostra-data	42