

Joseph Sexton

Fremskrivning av tidsserier i KNR

Notater

1 Innledning

Når de første versjonene av KNR(= kvartalsvis nasjonalregnskap) skal lages, er det en del indikatorserier som ikke foreligger. Disse seriene må derfor fremskrives. Her tar vi for oss en metode for å gjøre nettopp dette.

Fremskrivningsmetoden som nå brukes går under betegnelsen STMULT og danner fremskrivninger på følgende måte:

$$P(Y_t) = Y_{t-4} * (3/6 * Y_{t-1}/Y_{t-5} + 2/6 * Y_{t-2}/Y_{t-6} + 1/6 * Y_{t-3}/Y_{t-7}). \quad (1)$$

Her betegner Y_t en tidsserie som gir seg til kjenne hvert kvartal, og $P(Y_t)$ ett-skrifts prediksjonen av denne, dvs prediksjonen av tidsseriens verdi ved tid t basert på observasjonene til og med $t-1$. Prediksjonen av Y_t er altså verdien av serien for 4 kvartaler tilbake multiplisert opp med en vekstrate som er et veiet gjennomsnitt av tidligere kvartalers relative vekst. Metoden 'antar' altså at tidsserien vokser multiplikativt. De positive egenskapene ved denne metoden er at den er enkel å bruke, krever minimalt med regnekraft å implementere, samt at den antageligvis vil gi brukbare prediksjoner i tidsserier som forløper langs en glatt 'bane'. Derimot er det grunn til å tro at metoden vil fungere mindre bra på serier som har en mer uregelmessig og 'hakkete' utvikling.

2 En alternativ og forhåpentligvis bedre metode

Siden det finnes mange ulike strukturer som en tidsrekke kan oppvise virker det rimelig å ha flere mulige delmetoder i en helautomatisert fremskrivnings metode, som vi heretter betegner som et system. Fremskrivningssystemet velger så ut den metoden som synes å gi de beste prediksjoner for den aktuelle serien.

Her har vi konstruert et system⁽¹⁾ som består av 8 ulike varianter av en fremskrivningsmetode kalt Holt-Winters metode (eller rettere sagt: metoder), hvilket vi videre betegner som HWM. For en oversikt over HWM se Gardner(1985). HWM kalles ofte *eksponensiell glatting*.

Felles for de ulike variantene av HWM er at de dekomponerer en tidsserie i ulike komponenter. Komponentene estimeres/anslås og disse brukes så for å danne fremskrivninger. De mulige komponentene er: nivå, trend (eller vekst), og sesong som vi heretter antar består av p perioder (for kvartalsdata er $p = 4$, for månedsdata er $p = 12$). Det er også ulike varianter for serier som oppviser en additiv struktur, og for de hvis struktur er mer multiplikativ. Det må nevnes at selv om HWM er ment til å være praktiske og ikke teoretisk-baserte fremskrivningsmetoder, gir de faktisk 'optimale', i en viss forstand, prediksjoner i mye brukte statistiske tidsseriemodeller. Noen av metodene under paraplyen HWM gir de samme prediksjonene som ved bruk av de såkalte strukturelle tidsseriemodellene, se Harvey(1990), samt noen av modellene i ARIMA-klassen (se Shumay(1988) eller Brockwell og Davis(1990) for en oversikt over denne modell-klassen). L.Loe(1987) anvender den vanlige strukturelle tidsseriemodellen på KNR-serier, og sammenligner prediksjonene som STMULT gir med denne. Hovedkonklusjonen er at strukturmodellen er nesten alltid bedre og noen ganger betydelig så. Dette nevnes siden det er

¹Under arbeidet med å finne brukbare metoder for fremskrivning av KNR-serier ble det prøvd ut flere ulike typer av metoder uten at disse syntes å gi noen betydelig gevinst. Blant disse var strukturelle-tidsseriemodeller (via programpakken STAMP, disse gir noenlunde samme prediksjoner som HWM), noen ikke-parametriske metoder (disse går ut på å differensiere dataene fram til noe stasjonaritet-lignende, for så å bruke såkalte 'kernel'-funksjoner for å estimere betingete fordelinger og dermed finne betingete forventninger hvilke blir fremskrivningene) ga relativt unøyaktige prediksjoner, glattings-metoder hvor sesongeffektene ble estimert som konstant gjennom hele serien (disse kunne rimeligvis fungere bra på noen serier, men nokså dårlig på andre), det ble også gjort et forsøk på å ta gjennomsnittet over fremskrivninger fra flere metoder noe som heller ikke ga økt prediksjon-sikkerhet. Dette nevnes i en fotnote siden videre arbeid med disse metodene ble fort forkastet.

stor grunn til å tro at prediksjonene fra HWM vil være nokså lik de fra strukturmodellen. Det må også nevnes at metodene som inngår i fremskrivningssystemet er mye brukt i virkeligheten, og har klart seg bra i studier hvor prediksjons-nøyaktigheten til ulike fremskrivningsmetoder er blitt sammenlignet, se f.eks Makridakis et.al(1982). Fordelen med HWM, sett i forhold til mer avanserte metoder som ARIMA og de strukturelle tidsseriemodellene, er dens enkelhet. Jo mer avanserte metodene blir jo større arbeid er det å lage estimeringsrutinene. Og jo mer kompliserte estimeringsrutinene blir jo flere ting kan gå galt, hvilket kan innebære at man ikke får tilstrekkelig gode parameterestimater. Mer kompliserte estimeringsrutiner bruker som regel også mer tid, hvilket kan bli et problem når et stort antall serier skal fremskrives. Enkelheten til HWM gjør at vi kan lage estimeringsrutiner som aldri vil ha konvergensproblemer, samt at estimeringen tar forholdsvis kort tid⁽²⁾.

De ulike metodene i HWM presenteres i avsnitt 2.2 sammen med en nærmere beskrivelse av fremskrivningssystemet, men først forklares noen tidsseriemodeller som fremskrivningsmetodene kan forstås ut ifra.

2.1 Litt motivasjon

Tanken bak metodene som presenteres i avsnitt 2.2 er altså at en tidsserie består av ulike komponenter. La Y_t være verdien av tidsserien ved tidspunkt t , N_t en underliggende nivå komponent i serien (denne er ofte kalt trenden i serien, men vi forbeholder dette ordet til å betegne en systematisk vekstkomponent i N_t), og S_t verdien av sesongutslaget i gitte tidspunkt. Tidsserien tenkes så å fremkomme via⁽³⁾ :

$$Y_t = N_t + S_t + \epsilon_t, \quad (2)$$

eller:

$$Y_t = N_t * S_t + \epsilon_t. \quad (3)$$

Her er ϵ_t en tilfeldig variabel med $E(\epsilon_t) = 0$, $Var(\epsilon_t) = \sigma_\epsilon^2$ og ϵ_t er uavhengig av en tilsvarende tilfeldig forstyrrelse ved et annet tidspunkt, f.eks ϵ_{t-1} ⁽⁴⁾. Man kan tenke på ϵ_t forstyrrelsene som den delen av Y_t som ikke bæres med i seriens videre utvikling.

N_t kan tenkes å utvikle seg på forskjellige måter. F.eks man kunne modellere nivået som en lineær funksjon av tiden, eller en hvilken som helst annen polynom-funksjon med t som variabel. Selv om slike deterministiske modeller for N_t kan fungere utmerket i visse situasjoner, vil de nok være for lite fleksible i et fremskrivningssystem som skal være helautomatisk og fremskrive opptil 1000 tildels svært forskjellige serier. I fremskrivningssystemet har vi valgt å ha tre modell kandidater for N_t , hvor hver av disse kan ses på som polynom-funksjoner av tiden, men med varierende konstanter.

Den første modellen for nivået er uten trend, dvs at om N_t har vokst fra en periode til en annen innebærer dette ikke en sannsynliggjøring av at den også vil vokse i dens videre utvikling. Vi kan uttrykke en slik modell på formen:

$$N_t = N_{t-1} + ' \text{tilvekst}', \quad (4)$$

²Med det fremskrivningssystemet som jeg har laget, tar det c.a 30 minutter å fremskrive 1000 forskjellige tidsserier hver bestående av c.a 85 datapunkter.

³En annen rimelig modell for en tidsserie er: $Y_t = N_t * S_t + \epsilon_t$, men vi ser bort fra denne formuleringen siden denne kan uttrykkes på formen (2) ved å ta logaritmen til serien.

⁴Mer generelt kunne ϵ_t forstyrrelsene modelleres som en såkalt stasjonær stokastisk prosess, men her ser vi for enkelhetsskyld bort fra denne muligheten.

hvor leddet '*tilvekst*' kan like godt være positivt som negativt, hvilket vi kan si som at forventingen til '*tilvekst*' er null. En slik modell betegnes ofte som en tilfeldig-gang.

Den andre modellen for N_t er en utvidelse av en deterministisk lineær trend modell. I denne modellen er det slik at om $N_t - N_{t-1} = a$, a er et eller annet tall, så er det sannsynlig at $N_{t+1} - N_t \approx a$. Poenget er at tilveksten a kan variere med tiden. Denne modellen kan uttrykkes som:

$$N_t = N_{t-1} + T_t + 'tilvekst', \quad (5)$$

hvor:

$$T_t = T_{t-1} + 'tilvekst'. \quad (6)$$

Her ser vi at den systematiske veksten, som vi her kaller trenden og betegner med T_t , kan variere over tid. Leddene '*tilvekst*' har samme egenskaper som i (4).

Den tredje og siste modellen for N_t beskriver denne som en størrelse som vokser eksponentielt. Denne modellen er:

$$N_t = N_{t-1} * T_t + 'tilvekst', \quad (7)$$

hvor T_t er som i (6).

Vi ser av (2) og (3) at sesongutslagene tenkes å kunne virke inn på serien på to ulike måter. I (2) vil størrelsen på nivået ikke påvirke størrelsen på sesongutslaget i serien. I (3) derimot vil en økning i nivået øke utslaget av sesongkomponenten. En viktig egenskap ved metodene nedenfor er at anslaget på sesongkomponenten kan endres over tid. Betydingen av denne egenskapen ses klart fra figurene i appendiks C.

2.2 Fremskrivningssystemet og de ulike metodene

Her presenteres metodene som inngår i fremskrivningssystemet. Notasjonen er som følger: Om K_t er verdien av en komponent ved tid t så betegner $K_{t/t}$ anslaget på denne komponenten ved bruk av alle dataene opp til og med Y_t . λ_K er en glattingsparameter for komponenten K_t , og denne kan ta verdier mellom 0 og 1. Den mest hesiktsmessige verdien av λ_K for en gitt serie estimeres ved minste kvadraters metode.

1. Ren nivå

$$N_{t/t} = \lambda_N(Y_t) + (1 - \lambda_N)N_{t-1/t-1}$$

$$P(Y_{t+1}) = N_{t/t}$$

Denne metoden er ment å virke i serier hvor N_t er som i (4) og Y_t er som i (2) men uten sesongkomponent.

2. Nivå med lineær trend

$$N_{t/t} = \lambda_N(Y_t) + (1 - \lambda_N)(N_{t-1/t-1} + T_{t-1/t-1})$$

$$T_{t/t} = \lambda_T(N_{t/t} - N_{t-1/t-1}) + (1 - \lambda_T)T_{t-1/t-1}$$

$$P(Y_{t+1}) = N_{t/t} + T_{t/t}$$

Denne metoden er ment å virke i serier hvor N_t er som i (5) og Y_t er som i (2) men uten sesongkomponent.

3. Nivå med additiv sesong

$$N_{t/t} = \lambda_N(Y_t - S_{t-p/t-p}) + (1 - \lambda_N)N_{t-1/t-1}$$

$$S_{t/t} = \lambda_S(Y_t - N_{t/t}) + (1 - \lambda_S)S_{t-p/t-p}$$

$$P(Y_{t+1}) = N_{t/t} + S_{t-p+1/t-p+1}$$

Denne metoden er ment å virke i serier hvor N_t er som i (4) og Y_t er som i (2).

4. Nivå med multiplikativ sesong

$$N_{t/t} = \lambda_N(Y_t/S_{t-p/t-p}) + (1 - \lambda_N)N_{t-1/t-1}$$

$$S_{t/t} = \lambda_S(Y_t/N_{t/t}) + (1 - \lambda_S)S_{t-p/t-p}$$

$$P(Y_{t+1}) = N_{t/t} * S_{t-p+1/t-p+1}$$

Denne metoden er ment å virke i serier hvor N_t er som i (4) og Y_t er som i (3).

5. Nivå med lineær trend og additiv sesong

$$N_{t/t} = \lambda_N(Y_t - S_{t-p/t-p}) + (1 - \lambda_N)(N_{t-1/t-1} + T_{t-1/t-1})$$

$$T_{t/t} = \lambda_T(N_{t/t} - N_{t-1/t-1}) + (1 - \lambda_T)T_{t-1/t-1}$$

$$S_{t/t} = \lambda_S(Y_t - N_{t/t}) + (1 - \lambda_S)S_{t-p/t-p}$$

$$P(Y_{t+1}) = N_{t/t} + T_{t/t} + S_{t-p+1/t-p+1}$$

Denne metoden er ment å virke i serier hvor N_t er som i (5) og Y_t er som i (2).

6. Nivå med lineær trend og multiplikativ sesong

$$N_{t/t} = \lambda_N(Y_t/S_{t-p/t-p}) + (1 - \lambda_N)(N_{t-1/t-1} + T_{t-1/t-1})$$

$$T_{t/t} = \lambda_T(N_{t/t} - N_{t-1/t-1}) + (1 - \lambda_T)T_{t-1/t-1}$$

$$S_{t/t} = \lambda_S(Y_t/N_{t/t}) + (1 - \lambda_S)S_{t-p/t-p}$$

$$P(Y_{t+1}) = (N_{t/t} + T_{t/t}) * S_{t-p+1/t-p+1}$$

Denne metoden er ment å virke i serier hvor N_t er som i (5) og Y_t er som i (3).

7. Nivå med eksponensiell trend og additiv sesong

$$N_{t/t} = \lambda_N(Y_t - S_{t-p/t-p}) + (1 - \lambda_N)N_{t-1/t-1} * T_{t-1/t-1}$$

$$T_{t/t} = \lambda_T(N_{t/t}/N_{t-1/t-1}) + (1 - \lambda_T)T_{t-1/t-1}$$

$$S_{t/t} = \lambda_S(Y_t - N_{t/t}) + (1 - \lambda_S)S_{t-p/t-p}$$

$$P(Y_{t+1}) = N_{t/t} * T_{t/t} + S_{t-p+1/t-p+1}$$

Denne metoden er ment å virke i serier hvor N_t er som i (7) og Y_t er som i (2).

8. Nivå med eksponensiell trend og multiplikativ sesong

$$N_{t/t} = \lambda_N(Y_t/S_{t-p/t-p}) + (1 - \lambda_N)N_{t-1/t-1} * T_{t-1/t-1}$$

$$T_{t/t} = \lambda_T(N_{t/t}/N_{t-1/t-1}) + (1 - \lambda_T)T_{t-1/t-1}$$

$$S_{t/t} = \lambda_S(Y_t/N_{t/t}) + (1 - \lambda_S)S_{t-p/t-p}$$

$$P(Y_{t+1}) = N_{t/t} * T_{t/t} * S_{t-p+1/t-p+1}$$

Denne metoden er ment å virke i serier hvor N_t er som i (7) og Y_t er som i (3).

Fremskrivningssystemet virker på følgende måte:

En tidsserie, Y_t er observert for $t = 1, \dots, n$, og dens neste verdi Y_{n+1} skal predikeres. Vi søker altså en passende $P(Y_{n+1})$. Fremskrivningssystemet finner en slik $P(Y_{n+1})$ ved først å finne de verdiene av parametrene $\lambda = (\lambda_N, \lambda_T, \lambda_S)$ som minimerer:

$$\sum_{t=1}^n (Y_t - P_\lambda(Y_t))^2 \quad (8)$$

for hver av de 8 metodene. Betegn den minste verdien av (8) for den k -te modellen med σ_k^2 . Fremskrivningssystemet bestemmer så $P(Y_{n+1})$ som prediksjonen av Y_{n+1} fra den modellen, under parameterverdiene som minimerer (8), med minst FPE(='Final Prediction Error'), hvor FPE er:

$$FPE = \sigma_k^2 * \frac{n+q}{n-q}. \quad (9)$$

Her er q antall parametre i modellen. FPE er et velkjent og velbrukt kriterie for modellutvelgelse, se f.eks Shumay(1988). Dette kriteriet 'straffer' for bruk av mange parametre. F.eks vil metode 5 alltid gi minst like liten σ_k^2 som metode 3 siden den siste er et spesialtilfelle av den første, men derimot er det mulig at FPE til metode 3 er mindre enn tilsvarende størrelse for metode 5.

3 Virkeligheten: Sammenligning av noen fremskrivningsmetoder på faktiske KNR-serier.

I dette kapittelet sammenligner vi prediksjonsnøyaktigheten til fremskrivningssystemet, mot de fra tilpassete ARIMA-modeller samt ST.MULT. Det er i alt 29 serier vi ser på, derav 22 kvartalsserier, 4 månedsserier og 3 årsserier. Vi bruker 3 ulike mål på prediksjonsnøyaktighet. Disse er:

$$MAPE = \text{Mean Absolute Prediction Error} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |Y_t - P(Y_t)|$$

$$MAPPE = \text{Mean Absolute Percentage Prediction Error} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - P(Y_t)}{Y_t} \right|$$

$$RMSPE = \text{Root Mean Square Prediction Error} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |Y_t - P(Y_t)|^2}$$

Her er igjen $P(Y_t)$ prediksjonen av Y_t basert på observasjonene opptil $t - 1$. Med $P(Y_t)$ menes også at parametrene som inngår i prediksjonen av Y_t kun er estimert på grunnlag av dataene opptil $t - 1$. Dermed er tallene presentert nedenfor estimater på *faktisk* prediksjonsnøyaktighet. Det er derimot på grunnlag av praktiske begrensninger (i programvare, beregningstid) ikke vært mulig å reestimere parametrene for hver ny observasjon i ARIMA-modelleringen, og parametrene har derfor blitt estimert ved bruk av hele serien. Dette innebærer at tallene for disse modellene er såkalt "downward biased" eller for små. Merk også at om prediksjonsnøyaktigheten for modell-klassen ARIMA skulle virkelig anslås så ville dette innebære en ny modellutvelgelse for hver ny observasjon: mao en bortimot umulig oppgave, ihvertfall om dette skulle blitt gjort manuelt. Fremgangsmåten for å finne en passende ARIMA modell til en gitt tidsserie beskrives i Brockwell og Davis(1990).

3.1 Kvartals-seriene

Serie	SYSTEMET			ARIMA			STMULT		
	MAPE	MAPPE	RMSPE	MAPE	MAPPE	RMSPE	MAPE	MAPPE	RMSPE
1	44.6	.02	80.5	36.4	.02	58.9	40.7	.02	63.6
2	167.0	.02	318.3	187.5	.03	291.5	256.3	.04	444.3
3	372.4	.03	689.5	449.6	.03	634.3	531.0	.04	825.4
4	91.1	.10	135.0	76.1	.09	111.2	115.8	.13	178.8
5	215.6	.04	275.0	272.7	.04	343.9	303.9	.05	395.8
6	153.1	.12	219.0	139.1	.09	226.9	158.8	.12	232.9
7	1.6	.02	2.0	1.3	.01	1.6	2.0	.02	2.4
8	6.1	.79	13.2	4.5	.60	9.8	8.2	1.26	14.9
9	159.5	.20	290.2	153.9	.20	240.6	183.1	.25	303.8
10	244.7	.11	360.5	224.7	.11	318.9	266.8	.14	333.3
11	19.7	.18	31.1	16.9	.15	27.6	20.4	.18	33.4
12	58.6	.06	76.1	47.5	.05	59.6	65.4	.07	84.3
13	7.4	.13	12.8	6.2	.11	10.0	7.0	.12	12.1
14	12.6	.24	84.7	23.4	1.42	43.3	43.4	4.13	119.9
15	65.2	.24	84.7	83.3	.11	103.1	99.2	.37	121.9
16	.93	.01	1.2	.76	.01	1.1	1.03	.02	1.4
17	631.7	.05	867.9	597.0	.04	818.7	741.4	.05	938.6
18	17639.7	.27	27443.6	14790.6	.19	22453.1	17287.4	.22	28540.8
19	5.4	.05	8.1	6.6	.06	9.0	10.3	.10	14.8
20	643.8	.64	713.9	519.6	.58	634.7	944.2	1.01	1430.5
21	29480.6	1.15	53559.5	17532.1	1.04	41555.1	132836.9	12.36	807206.9
22	115.8	.16	165.5	89.9	.13	132.0	114.2	.16	166.8

Tabell 1. Prediksjons resultatene for de tre metodene på 22 kvartalsserier. I appendiks D er det en oversikt over hvilke serier nummereringen svarer til.

Av tabellen trekkes følgende konklusjoner:

- Serier hvor SYSTEMET⁽⁵⁾ er vesentlig bedre enn STMULT: 4, 8, 9, 14, 15, 19, 20, 21
- Serier hvor SYSTEMET er nesten vesentlig bedre enn STMULT: 2, 3, 5
- Serier hvor SYSTEMET og STMULT er jevn-gode: 1, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 16, 17, 22
- Serier hvor STMULT er bedre enn SYSTEMET: 18⁶
- Serier hvor ARIMA er vesentlig bedre⁷ enn SYSTEMET: 6, 8, 11, 15, 18, 20, 21, 13
- Serier hvor SYSTEMET er bedre enn ARIMA: 2, 3, 14

Oppsummert kan vi si at selv om SYSTEMET og STMULT er jevn-gode på omtrent halvparten av seriene, er SYSTEMET betydelig bedre på den resterende halvparten. Om tallene for ARIMA var basert på egentlige prediksjoner ville vi kunne konkludere at denne modell klassen er bedre enn SYSTEMET, men når tallene for ARIMA sammenlignes med de fra den beste metoden innenfor SYSTEMET for en gitt serie (disse tallene gis ikke her) er ikke ARIMA

⁵SYSTEMET er her betegnelsen på fremskrivningssystemet basert på HWM.

⁶Merk at SYSTEMET har lavere RMSPE enn STMULT her.

⁷Her må vi huske på at prediksjonsmålene til SYSTEMET er basert på faktiske prediksjoner, dvs at en prediksjon av X_{t+1} er gjort kun på grunnlag av observasjonene opptil og med tid t (parameter estimerer, modell valg og alt), mens prediksjonsmålene til ARIMA er basert på avvikene mellom data og en modell tilpasset til hele serien, hvilket innebærer at ARIMA gir et noe for godt inntrykk.

betydelig bedre⁸).

Tilslutt viser vi to ulike serier, serie 18 og 20, sammen med prediksjonene fra SYSTEMET og STMULT. Serie 18 er valgt ut siden den, målt ved MAPPE, synes å bli bedre predikert av STMULT enn av SYSTEMET. Serie 20 er valgt ut fordi den ser ut, igjen målt ved MAPPE, til å være vanskelig å predikere. Først serie 18:

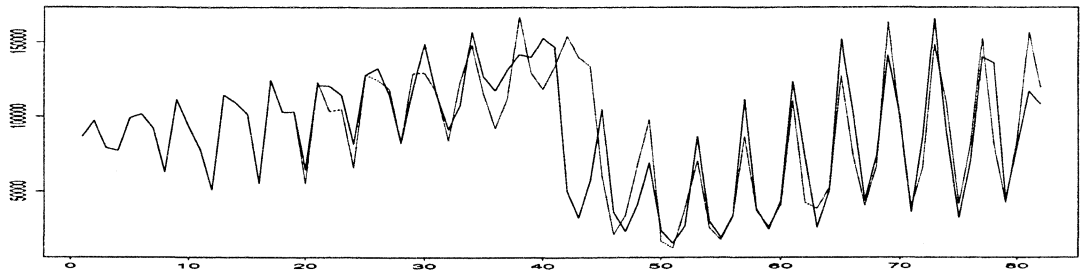


Figure 1: Serie nr.18 : data: den heltrukne serien, SYSTEM prediksjoner: den stiplede serien

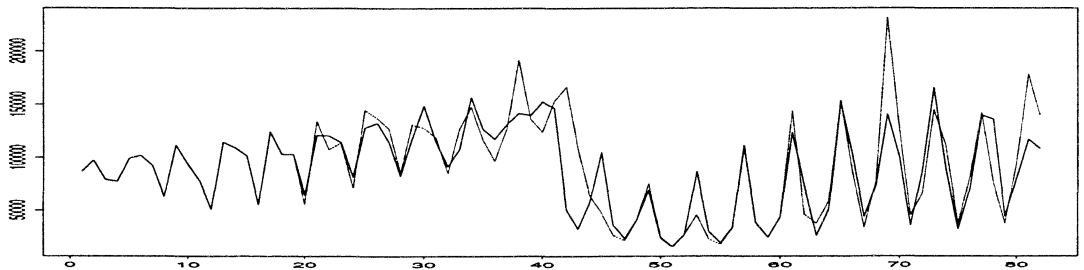


Figure 2: Serie nr.18 : data: den heltrukne serien, STMULT prediksjoner: den stiplede serien

Av figurene ser vi at serie nr.18 har en forholdsvis jevn og sytematisk utvikling. Det er vanskelig å vurdere hvilken av de to metodene er best, og de er nok omtrent like gode. I det fjerde siste året bommer STMULT nokså betydelig.

⁸Dette antyder at SYSTEMET kan ha problemer med å plukke ut den aller beste metoden i fremskrivningssystemet for en gitt serie.

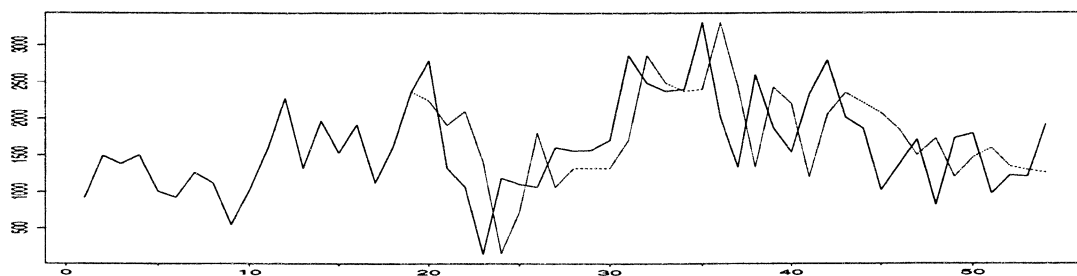


Figure 3: Serie nr.20 : data: den heltrukne serien, SYSTEM prediksjoner: den stiplede serien

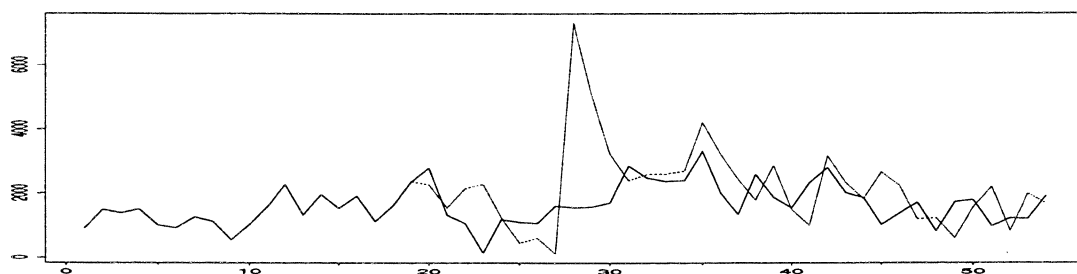


Figure 4: Serie nr.20 : data: den heltrukne serien, STMULT prediksjoner: den stiplede serien

Vi ser at serie 20 er noe mer irregulær enn serie 18. Omkring data punkt 30 ser STMULT ut til å få store problemer, hvilket skyldes måten den ekstrapolerer relativ vekst.

3.2 Måneds-seriene

Serie	SYSTEMET			ARIMA			STMULT		
	MAPE	MAPPE	RMSPE	MAPE	MAPPE	RMSPE	MAPE	MAPPE	RMSPE
1	5722.56	.13	10735.4	4111.7	.09	6046.7	11465.0	.23	15499.6
2	20587.4	.05	27065.0	18697	.04	25398.8	49071.1	.11	61451.9
3	22.3	.05	36.5	22.6	.05	38.3	47.0	.11	70.7
4	10.1	.33	23.0	10.0	.33	22.23	19.7	.72	46.1

Tabell 2. Prediksjons resultatene for de 3 metodene på 4 månedsserier. I appendiks D er det en oversikt over hvilke serier nummereringen svarer til.

Konklusjoner fra denne tabellen er at SYSTEMET og ARIMA er nokså like med ARIMA marginalt bedre. Både SYSTEMET og ARIMA synes å fungere betydelig bedre enn STMULT. STMULT er her noe modifisert i forhold til (1) siden vi her har månedsdata i motsetning til kvartalsdata som (1) er basert på.

3.3 Års-seriene

På årsseriene var det ikke hensiktsmessig å reestimere parametrene i SYSTEMET for hver ny observasjon, siden hver serie kun besto av c.a 20 data punkter. Parameter estimatene ble derfor funnet ved bruk av hele serien.

Serie	SYSTEMET			ARIMA			STMULT		
	MAPE	MAPPE	RMSPE	MAPE	MAPPE	RMSPE	MAPE	MAPPE	RMSPE
1	4.2	.05	5.2	3.6	.04	4.6	3.8	.05	4.7
2	204.1	.12	335.5	195.7	.10	348.2	258.7	.16	376.0
3	284.7	0.13	336.5	296.4	.14	334.7	400.0	.18	446.3

Tabell 3. Prediksjons resultatene for de tre metodene på 3 årsserier. I appendiks D er det en oversikt over hvilke serier nummereringen svarer til.

Når det gjelder seriene 2 og 3 er SYSTEMET og ARIMA betydelig bedre STMULT. Igjen synes ARIMA og SYSTEMET å gi nokså like resultater. På serie 1 er metodene nokså like.

A Appendiks: Innblikk og mulig forbedring

Metode 1 og 2 i HWM er 'optimale', i en viss matematisk forstand, i de situasjonene de ment å virke i, som altså er beskrevet, noe løst, i kapittel 2. Måten metode 3 og 5 oppdaterer sesongkomponenten er derimot ikke helt ideell, siden den ikke bruker all informasjon i dataene om denne komponenten. Ideelt sett skulle alle sesongutslagene blitt oppdatert for hver ny observasjon. Vi tar her for oss en modell som det er rimelig å tro ligger til grunn for metode 3 og ser hvordan den optimale oppdateringen av sesongkomponenten ville vært her. Dette avsnittet er også ment å gi en noe bedre innblikk i HWM.

Anta nå at en tidserie Y_t er generert på følgende måte:

$$\begin{aligned} Y_t &= N_t + S_t + \epsilon_t \\ N_t &= N_{t-1} + a_t \\ S_t &= S_{t-p} + v_t \end{aligned} \tag{10}$$

Her representerer N_t nivåkomponenten i serien, og S_t sesongkomponenten. Leddene ϵ_t, a_t, v_t er sekvenser med ukorrelerte variabler, og har i tillegg egenskapene $E(\epsilon_t) = E(a_t) = E(v_t) = 0$, $Var(\epsilon_t) = \sigma_\epsilon^2$, $Var(a_t) = \sigma_a^2$, $Var(v_t) = \sigma_v^2$. Det bemerkes at vi her har en annen modell for sesongkomponenten enn i strukturmodellen som L.Loe(1987) anvender, hvilket er basert på:

$$S_t = - \sum_{j=1}^{p-1} S_{t-j} + v_t$$

eller ekvivalent:

$$S_t = S_{t-p} + v_t - v_{t-1}$$

Denne formuleringen innebærer at det er en helt bestemt negativ korrelasjon (på $-1/2$) mellom inkrementene i to nabo-liggende sesongkomponenter. Motivasjonen er å prøve å begrense hvor mye summen av sesongkomponentene avviker fra null. Vi ser her forenkkelhets skyld bort fra denne formuleringen, siden vi her skal finne fram til fremskrivningsligninger som 'ligner' på de i HWM. Før vi går videre og betrakter fremskrivningsformlene til modellen i dette avsnittet, gjør vi en forenkling av modellen ved å betrakte tidsrekken som fremkommer når sesongkomponenten er tatt bort. Modellen er:

$$\begin{aligned} Y_t &= N_t + \epsilon_t \\ N_t &= N_{t-1} + a_t \end{aligned} \tag{11}$$

Dette er altså en tilfeldig gang observert med støy (støy= ϵ_t). Anta nå at vi har at:

$$N_{t-1/t-1} = P_{t-1}(N_{t-1})$$

hvor $P_{t-1}(N_{t-1})$ betegner projeksjonen av N_{t-1} inn i rommet av alle lineære kombinasjoner av observasjonene opp til og med $t-1$, mao det beste (målt i forventet kvadrert avstand) anslaget av N_{t-1} gjort med lineære funksjoner av observasjonene. $N_{t-1/t-1}$ er også prediksjonen av Y_t .

Når Y_t observeres skal nivå-komponenten oppdateres. Siden $(Y_t - N_{t-1/t-1})$ er per konstruksjon ukorrelert med alle Y_{t-j} $j = 1, 2, \dots$ får vi at:

$$N_{t/t} = N_{t-1/t-1} + c_t(Y_t - N_{t-1/t-1}),$$

hvor c_t er en konstant. Det kan vises at $c_t \rightarrow c$ (se f.eks Harvey(1990) side 38), og vi setter for notasjonsskyld $\lambda_N = c$, og antar videre at c -ene har stabilisert seg. Vi får altså:

$$N_{t/t} = \lambda_N Y_t + (1 - \lambda_N) N_{t-1/t-1}$$

Merk likheten mellom denne og prediksjonsformelen for metode 1 i fremskrivningssystemet. Vi kan, under antagelsen om at vi har observert et stort antall data, også omskrive siste uttrykk til⁽⁹⁾:

$$N_{t/t} = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda_N (1 - \lambda_N)^j Y_{t-j} \quad (12)$$

Nå vil det være av interesse videre (f.eks for senere å oppdatere sesongutslagene når vi utvider modellen) å finne størrelsene:

$$P_t(N_{t-j}) = N_{t-j/t} \quad j = 1, 2, \dots$$

Her betegner $P_t(N_{t-j})$ det beste anslaget på N_{t-j} gjort med alle observasjoner opp til og med Y_t .

Anta at vi vet $P_{t-1}(N_{t-j})$. Av lignende betraktninger som over, har vi relasjonen:

$$N_{t-j/t} = N_{t-j/t-1} + c_t^{(j)}(Y_t - N_{t-1/t-1})$$

Prediksjons-teoremet (se Brockwell og Davis(1990) side 51) sier at vi må bestemme $c_t^{(j)}$ slik at:

$$Cov(N_{t-j} - N_{t-j/t-1} - c_t^{(j)}(Y_t - N_{t-1/t-1}), Y_t - N_{t-1/t-1}) = 0$$

Det er ikke vanskelig å se at:

$$Cov(N_{t-j} - N_{t-j/t-1}, Y_t - N_{t-1/t-1}) = (1 - \lambda_N) Cov(N_{t-j} - N_{t-j/t-2}, Y_{t-1} - N_{t-2/t-2})$$

hvilket følgelig gir:

$$Cov(N_{t-j} - N_{t-j/t-1}, Y_t - N_{t-1/t-1}) = (1 - \lambda_N)^{j-1} Cov(N_{t-j} - N_{t-j/t-j}, Y_{t-j+1} - N_{t-j/t-j})$$

Vi har også relasjonen:

$$c_t^{(1)}/c_t^{(0)} = c_t^{(k)}/c_t^{(k-1)} = (1 - \lambda_N)$$

hvilket følger av antagelsen om at størrelsene c_t har konvertert, hvilket impliserer at $E(Y_{t+j} - N_{t+j-1/t+j-1})^2$ er den samme for tilstrekkelig mange j . Siden nå $c_t^{(0)} = \lambda_N$, får vi:

$$c_t^{(1)} = (1 - \lambda_N) \lambda_N$$

Dette leder til oppdateringsformelen:

$$N_{t-j/t} = N_{t-j/t-1} + (1 - \lambda_N)^j \lambda_N (Y_t - N_{t-1/t-1}) \quad (13)$$

⁹Tegnet ∞ i dette uttrykket betegner at vi har observert mange nok verdier av serien slik at uendelighets approksimasjonen er tilstrekkelig god.

Nå vender vi tilbake til den modellen som ble introdusert i begynnelsen av dette avsnittet. Anta for øyeblikket at vi ikke bare observerer serien men også nivå komponenten. Da er vi ledet til, via (12), at:

$$P_t^N(S_{t-k}) = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda_S (1 - \lambda_S)^j (Y_{t-k-p*j} - N_{t-k-p*j}) \quad (14)$$

hvor $P_t^N()$ betegner kjennskap til nivåkomponenten i tillegg til observasjonene opp til og med t . Ved å 'projisere' (14) inn i det mindre 'rommet' av lineære funksjoner av observasjonene fås (hvorfor dette er gyldig se Brockwell og Davis(1990) side 52, og dette er nært knyttet til loven om dobbelforventning, nemlig at: $E(E(Y/X)) = E(Y)$, hvor X, Y er to tilfeldige variabler):

$$P_t(S_{t-k}) = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda_S (1 - \lambda_S)^j (Y_{t-k-p*j} - N_{t-k-p*j/t}) \quad (15)$$

Og tilsvarende betraktninger som for (13) gir:

$$N_{t-j/t} = N_{t-j/t-1} + (1 - \lambda_N)^j \lambda_N (Y_t - S_{t-p/t-1} - N_{t-1/t-1}), \quad (16)$$

når:

$$N_{t/t} = N_{t-1/t-1} + \lambda_N (Y_t - S_{t-p/t-1} - N_{t-1/t-1}) = \lambda_N (Y_t - S_{t-p/t-1}) + (1 - \lambda_N) N_{t-1/t-1}. \quad (17)$$

Merk likheten mellom (17) og tilsvarende uttrykk i metode 2 i fremskrivningssystemet.

Nå kan vi sette uttrykk (16) inn i (15) og få ut, ved litt regning at:

$$S_{t-j/t} = S_{t-j/t-1} - \frac{\lambda_S (1 - \lambda_N)^j}{1 - (1 - \lambda_S)(1 - \lambda_N)^p} (N_{t/t} - N_{t-1/t-1}) \quad (18)$$

Det er heller ikke vanskelig å se fra (15) at

$$S_{t/t} = \lambda_S (Y_t - N_{t/t}) + (1 - \lambda_S) S_{t-p/t} \quad (19)$$

Altså de optimale oppdateringslikningene for modellen i dette avsnittet er (17), (18) og (19). Om vi nå ser bort fra uttrykket:

$$\frac{\lambda_S (1 - \lambda_N)^j}{1 - (1 - \lambda_S)(1 - \lambda_N)^p}$$

er fremskrivningsformellene identisk lik de i metode 2.

B Appendiks: Hvor galt kan det gå?

Det er av interesse å se hvordan HWM predikerer serier som er generert av mekanismer som ikke rettferdiggjør denne metoden. Åpenbart er denne klassen av mulig mekanismer uhåndterlig stor. Her tar vi for oss hvordan HWM nr.2 predikerer en tidsserie som egentlig er en ARIMA(2,1,0) prosess.

En ARIMA(2,1,0) tidsserie genereres på følgende måte:

$$\nabla Y_t = \phi_1 \nabla Y_{t-1} + \phi_2 \nabla Y_{t-2} + \epsilon_t \quad (20)$$

ϵ_t er en sekvens ukorrelerede variabler med forventning null og konstant varians, og $\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1}$.

En måte å evaluere prediksjons nøyaktigheten til HWM er simpelthen å simulere lange serier med ulike ARIMA(2,1,0) modeller, og anvende HMW og se på kvadrert prediksjons-feil. Her har vi derimot gjort observasjonen at HWM prediksjonene (ser på metode 2) i systemet) samsvarer med de en får ved å bruke en ARIMA(0,2,2) modell med visse restriksjoner på parametrene (se Harvey(1990)). La den ekvivalente ARIMA(0,2,2) modellen ha MA-polynomet:

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2, \quad (21)$$

hvor B er lagoperatoren ($BY_t = Y_{t-1}$).

Siden vi har, bruker her notasjonen $Y_{t/t-1} = P(Y_t)$, at:

$$E(Y_t - Y_{t/t-1}^{HW})^2 = E(Y_t - Y_{t/t-1}^{OPT})^2 + E(Y_{t/t-1}^{OPT} - Y_{t/t-1}^{HW})^2 \quad (22)$$

'HW' betegner prediksjonen ved bruk av HWM, og 'OPT' den optimale prediktoren, hvilket er $Y_{t/t-1}^{OPT} = Y_{t-1} + \phi_1(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \phi_2(Y_{t-2} - Y_{t-3})$, er det nok å betrakte $E(Y_{t/t-1}^{OPT} - Y_{t/t-1}^{HW})^2$. Ved bruk av regneregler for spektraltettheter (se igjen Brockwell og Davis, men nå s.122-123) fås at ⁽¹⁰⁾

$$E(Y_{t/t-1}^{OPT} - Y_{t/t-1}^{HW})^2 = \frac{\sigma_\epsilon^2}{\pi} \int_0^\pi \frac{|\phi_2 e^{-i*v} + (\phi_1 - 1) - \theta_1 \theta^{-1} (e^{-i*v})(1 - e^{-i*v}) - \theta_2 \theta^{-1} (e^{-i*v})(1 - e^{-i*v}) e^{-i*v}|^2}{|1 - \phi_1 e^{-i*v} - \phi_2 e^{-i2*v}|^2} dv \quad (23)$$

her er $\theta(e^{-i*v}) = 1 + \theta_1 e^{-i*v} + \theta_2 e^{-i2*v}$, og siden glattings parametrene skal ligge mellom 0 og 1 har vi:

$$-1 < \theta_2 < 0 \quad 0 < \theta_1 + \theta_2 < 1 \quad (24)$$

For å finne $E(Y_{t/t-1}^{OPT} - Y_{t/t-1}^{HW})^2$ evalueres dette integralet over et grid av lovlige verdier for θ parametrene, og den minste integralverdien er $E(Y_{t/t-1}^{OPT} - Y_{t/t-1}^{HW})^2$. Resultatene sammenfattes i tabellen nedenfor. Her har vi brukt $E(\epsilon_t^2) = \sigma_\epsilon^2 = 1$, og tallene i tabellen må sees i forhold til dette.

¹⁰Denne fremgangsmåten, dvs bruk av spektraltettheter til å undersøke hvordan HWM predikerer en serie som egentlig er en ARIMA(2,1,0) er generell og kan brukes på en hvilken som helst ARIMA prosess, også de med sesong. Dersom den egentlige serien er ARIMA(1,1,0) kan vi ved bruk av 'ren summering' finne at: $E(Y_{t/t-1}^{OPT} - Y_{t/t-1}^{HW})^2 = (\frac{\phi^2}{1-\phi^2} + 2\frac{\phi^2}{1-\phi^2} \frac{1-\lambda}{1-\lambda\phi} + \frac{(1-\lambda)^2}{(1-\lambda)^2(1-\phi^2)}(1 + 2\phi \frac{1-\lambda}{1-\lambda\phi}))\sigma_\epsilon^2$, hvor ϕ er AR-parameteren og λ glattings parameteren i HWM 1 (Ren nivå). Denne 'rene summeringen' blir upraktisk når vi ser på HWM 2 (Nivå med trend) eller HWM 5 (Nivå med lineær trend og additiv sesong), og ARIMA modeller med flere enn en parameter.

(ϕ_1, ϕ_2)	$\sqrt{E(Y_t - Y_{t/t-1}^{HW})^2}$	(ϕ_1, ϕ_2)	$\sqrt{E(Y_t - Y_{t/t-1}^{HW})^2}$	(ϕ_1, ϕ_2)	$\sqrt{E(Y_t - Y_{t/t-1}^{HW})^2}$
-.9,0	2.96	-1.4,-.9	3.39	-.2,-.5	1.70
-.7,0	2.21	-.9,-.9	2.47	.2,-.5	1.52
-.5,0	1.97	-.4,-.9	2.06	.6,-.5	1.32
-.3,0	1.82	.1,-.9	1.82	1.0,-.5	1.19
-.1,0	1.69	.5,-.9	1.68	1.4,-.5	1.08
.1,0	1.49	1.0,-.9	1.58	-.4,.5	2.56
.3,0	1.34	1.5,-.9	1.55	-.2,.5	1.98
.5,0	1.22	-1.41,-.5	3.78	0,.5	1.79
.7,0	1.13	-1.0,-.5	2.27	.2,.5	1.65
.9,0	1.05	-.6,-.5	1.91	.4,.5	1.42

Konklusjonene må være at HWM treffer stort sett veldig bra iforhold til den optimale prediktoren. Den er noe dårligere når dataene er 'hakkete', jmf. $(\phi_1, \phi_2) = (-.9, 0), (-1.4, -.9), (-1.41, -.5)$. Dersom man isteden ser på det mer informative prediksjons målet MAPPE (=Mean Absolute Percentage Prediction Error) er det rimelig å tro at forskjellene mellom $Y_{t/t-1}^{OPT}$ og $Y_{t/t-1}^{HW}$ er minimale og *teoretisk sett* vil forsvinne i det mye behandlede matematiske tema: *uendeligheten*, siden selve serien vokser og antar stadig større verdier jamført med σ_ϵ (husk at ∇Y_t , veksten i serien, er stasjonær, og ikke selve Y_t).

C Appendiks: Noen figurer

Her vises et utvalg fra seriene som er gjennomgått i dette notatet. De gir en god illustrasjon av forskjellige strukturer som ulike tidsserier kan oppvise.

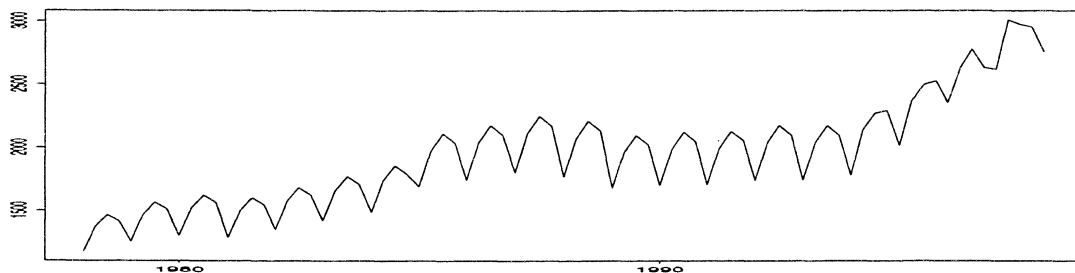


Figure 5: bprod5.lastb.vl.q: serie nr.1

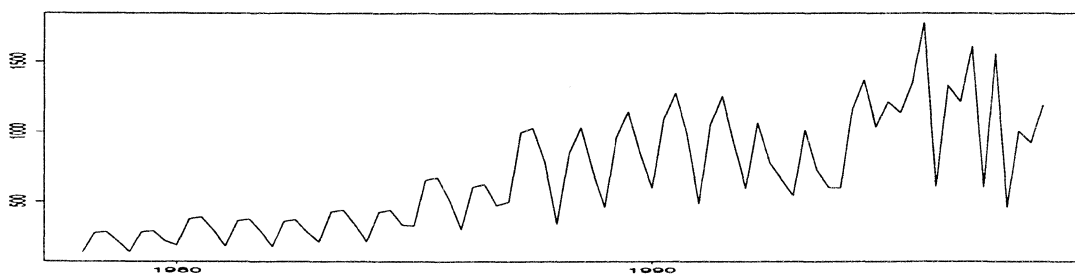


Figure 6: bprod4.skadeforsikr.vr.q: serie nr.9

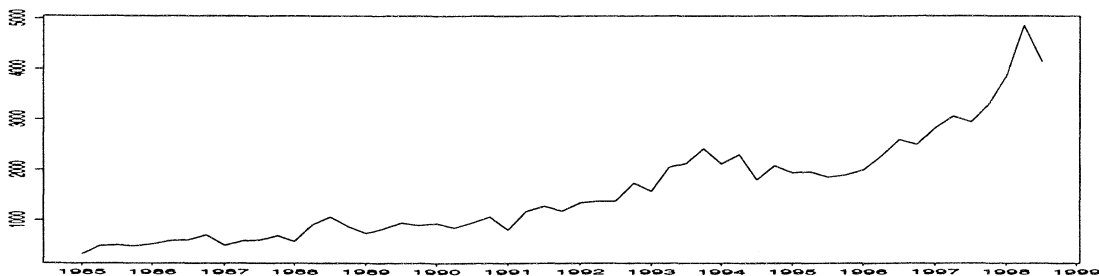


Figure 7: inv.olj.boring.vr.q: serie nr.10

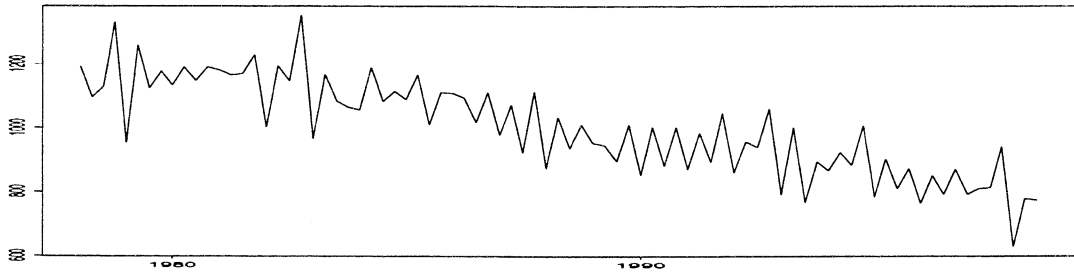


Figure 8: kons.tobakk.vl.q: serie nr.12

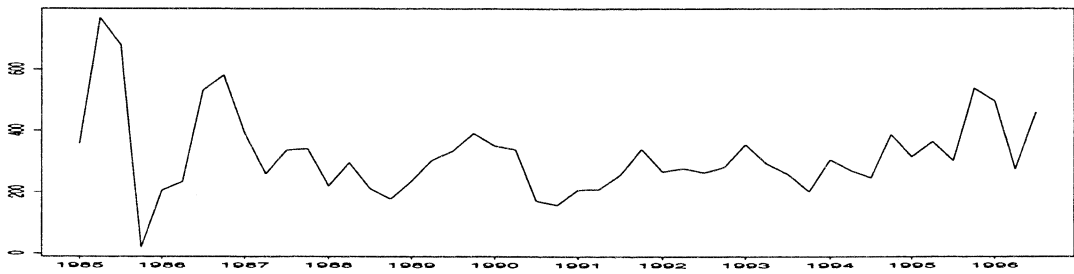


Figure 9: inv.olj.i612.kol2.vr.q: serie nr.20

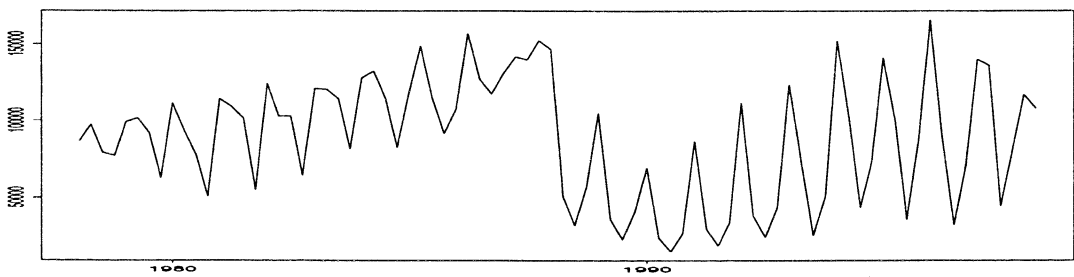


Figure 10: bprod3.torsk.vl.q: serie nr.18

D Appendiks: Serie-registeret

Her gis en oversikt over hvilke serier som ble brukt i avsnitt 3. Alle seriene er hentet fra Seksjon for Nasjonalregnskap sin tidsserie database Pia.db, og det er navnene på seriene i denne databasen som gjenngis her.

Kvartalsseriene

Serie 1 : bprod5.lastb.vl.q
Serie 2 : bprod5.havnest.tonn.vl.q
Serie 3 : bprod5.havnest.innenr.vl.q
Serie 4 : vare.sas.vr.q
Serie 5 : inv.tele.vr.q
Serie 6 : eks.eldre.fiskef.vr.q
Serie 7 : bprod5.tele.vr.q
Serie 8 : inv.olj.bil.vr.q
Serie 9 : bprod4.skadefosikr.vr.q
Serie 10: inv.olj.boring.vr.q
Serie 11: bolig.blokk.vl.q
Serie 12: kons.tobakk.vl.q
Serie 13: bolig.tilbygg.vl.q
Serie 14: stat.nyi.8475.2841.vr.q
Serie 15: inv.olj.i612.kol2.vr.q
Serie 16: loenn.tekstil.vr.q
Serie 17: kons.el.vl.q
Serie 18: bprod3.torsk.vl.q
Serie 19: utenriks.brfrakt.skipsf.ipr.q
Serie 20: inv.olj.u300.kol2.vr.q
Serie 21: bprod3.makrell.vl.q
Serie 22: bprod3.laks.vl.q

Månedsseriene

Serie 1 : bprod5.chart.vl.m
Serie 2 : bprod5.innl.fly.vl.m
Serie 3 : bprod5.post.vr.m
Serie 4 : inv.post.vr.m

Årseriene

Serie 1 : bprod5.havneavg.ipr.a
Serie 2 : inv.jordbr.byg.vr.a
Serie 3 : inv.jordbr.mask.vr.a

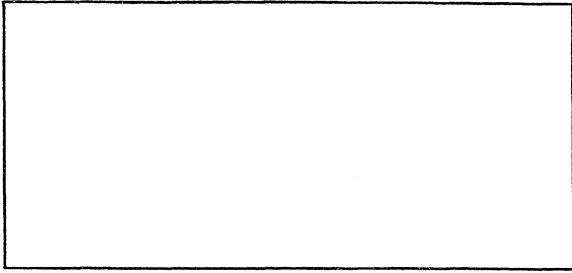
References

- [1] Brockwell, P. J. and Davis, R. A. (1990), "Time Series: Theory and Methods", Springer-Verlag.
- [2] Gardner, Jr E. S. (1985), "Exponential smoothing: the state of the art", *Journal of forecasting* 4, 1-28.
- [3] Harvey, A. C. (1990), "Forecasting, structural time series models and the Kalman filter", Cambridge University Press.
- [4] Loe, L. A. (1987), "Framskrivning av tidseriedata i kvartalsvis nasjonalregnskap", Interne Notater *Statistisk Sentralbyrå*.
- [5] Makridakis, S. A. *et al.* (1982), "The accuracy of extrapolation (time series) methods: results of a forecasting competition", *Journal of forecasting* 1, 111-153.
- [6] Shumay, R. H. (1988), "Applied statistical time series analysis", Prentice-Hall International, Inc.

De sist utgitte publikasjonene i serien Notater fra Forskningsavdelingen

- 96/16 K. Gerdrup: Inntektsfordeling og økonomisk vekst i norske fylker: En empirisk studie basert på data for perioden 1967-93
- 96/31 A. Bruvoll og H. Wiig: Konsekvenser av ulike håndteringsmåter for avfall
- 96/33 M. Rolland: Militærutgifter i Norges prioriterte samarbeidsland
- 96/35 A.C. Hansen: Analyse av individers preferanser over lotterier basert på en stokastisk modell for usikre utfall
- 96/36 B.H. Vatne: En dynamisk spillmodell: Dokumentasjon av dataprogrammer
- 96/44 K.-G.Lindquist og B.E.Naug: Makro-økonometriske modeller og konkurranseevne.
- 96/45 R. Golombek og S. Kverndokk (red): Modeller for elektrisitets- og gassmarkedene i Norge, Norden og Europa.
- 96/53 F.R. Aune: Konsekvenser av en nordisk avgiftsharmonisering på elektrisitetsområdet.
- 97/2 E. Berg og K. Rypdal: Historisk utvikling og fremskrivning av forbruket av noen miljøskadelige produkter
- 97/5 Å. Cappelen: SSBs arbeid med investeringsrelasjoner: erfaringer og planer
- 97/30 K.-G. Lindquist: Database for energiintensive næringer. Tall fra industristatistikken
- 97/35 A. Langørgen: Faktorer bak variasjoner i kommunal ressursbruk til pleie og omsorg
- 97/36 S. E. Førre: Registerdataene i lys av industristatistikken
- 97/37 K. Gimming: Virkninger på prisutviklingen på naturgass i Vest-Europa ved innføring av felles karbonavgift
- 97/39 E.Holmøy og Ø.Thøgersen (red.): Virkninger av strukturpolitiske reformer: Forslag til konkrete forskningsprosjekter
- 97/41 E. Holmøy: En presisering av hva som skal menes med tilbudskurven for arbeid i en generell likevektmodell
- 97/45 A. Katz, B.M. Larsen, K.S. Eriksen og T. Jensen: Transport og makroøkonomi – en samkjøring av GODMOD-3 og MSG-6
- 97/52 J. Nordøy: Nyten av forventningsbaserte konjunkturindekser ved predikering av konsum
- 97/68 R. Johansen: Modell for regional analyse av arbeidsmarked og demografi. Teknisk dokumentasjon
- 97/70 B. Bye: Imperfeksjoner i arbeidsmarkedet: Konsekvenser for velferdseffekter av en grønn skattereform
- 98/12 A. Langørgen: Indekser for bosettingsmønster i kommunene
- 98/22 L. Lindholt: Dynamiske oljemodeller: Intertemporal optimering og adferdssimulering
- 98/38 F. Aune, T. Bye, M.I. Hansen: Gasskraft i Norge fram mot 2020?
- 98/49 K. Nyborg: Energibruk og utslipp til luft i norsk produksjon. Direkte og indirekte virkninger
- 98/53 E. Holmøy: Hvordan generelle likevekts-effekter bidrar til prisfølsomheten i den norske el-etterspørselen. Dokumentasjon av beregningsrutiner
- 98/54 F.R. Aune, T. Bye, M.I. Hansen og T.A. Johnsen: Kraftpris og skyggepris på CO₂-utslipp i Norge til 2027
- 98/57 T. Bye: Fleksibel gjennomføring av en klimaavtale
- 98/66 M. Sjøberg: Omsetjelege kvotar og internasjonale miljøavtaler
- 98/78 K.A. Brekke og R. Aaberge: Ekvivalensskala og velferd
- 98/81 Ø. Døhl: Temperaturkorrigering av energiforbruket. En empirisk analyse
- 98/88 J. Sexton: Fremskrivning av tidsserier i KNR

Notater



Tillatelse nr.
159 000/502

B *Returadresse:*
Statistisk sentralbyrå
Postboks 8131 Dep.
N-0033 Oslo

Statistisk sentralbyrå

Oslo:
Postboks 8131 Dep.
0033 Oslo

Telefon: 22 86 45 00
Telefaks: 22 86 49 73

Kongsvinger:
Postboks 1260
2201 Kongsvinger

Telefon: 62 88 50 00
Telefaks: 62 88 50 30

ISSN 0806-3745



Statistisk sentralbyrå
Statistics Norway