




ARTIKLER

56



**INHOMOGENEOUS
SEMI-MARKOV PROCESSES,
SELECT ACTUARIAL TABLES,
AND DURATION-DEPENDENCE
IN DEMOGRAPHY**

By Jan M. Hoem

**INHOMOGENE SEMIMARKOVPROSESSER,
SELEKTE AKTUARTABELLER
OG VARIGHETSAVHENGIGHET
I DEMOGRAFI**

OSLO 1973

STATISTISK SENTRALBYRÅ

ARTIKLER FRA STATISTISK SENTRALBYRA NR. 56

**INHOMOGENEOUS
SEMI-MARKOV PROCESSES,
SELECT ACTUARIAL TABLES,
AND DURATION-DEPENDENCE
IN DEMOGRAPHY**

By Jan M. Hoem

**INHOMOGENE SEMIMARKOVPROSESSER,
SELEKTE AKTUARTABELLER
OG VARIGHETSAVHENGIGHET
I DEMOGRAFI**

OSLO 1973

ISBN 82-537-0244-2

PREFACE

The present article is a contribution to the work on models in the Socio-Demographic Research Unit of the Bureau. It has appeared previously in "Population Dynamics: Proceedings of a Symposium Conducted by the Mathematics Research Center, The University of Wisconsin, Madison, June 19-21, 1972," edited by T.N.E. Greville and published by Academic Press, 1972. The Central Bureau of Statistics of Norway gratefully acknowledges permission to reprint the article.

Central Bureau of Statistics, Oslo, 2 March 1973

Odd Aukrust

FORORD

Denne artikkelen utgis som et ledd i det generelle modellarbeidet i Byråets Sosiodemografiske forskningsgruppe. Den har tidligere vært offentliggjort i "Population Dynamics: Proceedings of a Symposium Conducted by the Mathematics Research Center, The University of Wisconsin, Madison, June 19-21, 1972," redigert av T.N.E. Greville og utgitt av Academic Press i 1972. Statistisk Sentralbyrå vil takke for samtykke til opptrykk.

Statistisk Sentralbyrå, Oslo, 2. mars 1973

Odd Aukrust

**Inhomogeneous Semi-Markov
Processes, Select Actuarial Tables,
and Duration-Dependence in Demography**

JAN M. HOEM

CONTENTS

| | | |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 0. | Summary. | 252 |
| 1. | Introduction. | 252 |
| 2. | Examples from demography and actuarial science | 254 |
| 3. | Aspects of the theory of homogeneous semi- Markov processes. | 265 |
| 4. | Rudiments of a theory of inhomogeneous semi- Markov processes. I. Basic notions | 268 |
| 5. | Rudiments II. Operational time. | 275 |
| 6. | Rudiments III. Purged and partial processes. The importance of the operational plan | 284 |
| | References | 291 |

Inhomogeneous semi-Markov processes, select actuarial tables, and duration-dependence in demography

Statistisk sentralbyrå har dessverre ikke rettigheter til denne artikkelen i elektronisk form.

Papirutgave finnes hos
Statistisk sentralbyrås bibliotek og
informasjonssenter.

<http://www.ssb.no/biblioteket/>

Artikkelen ble opprindeligg publisert i:

Hoem, J. M. (1972). Inhomogeneous semi-Markov processes, select actuarial tables, and duration-dependence in demography. I: T. N. E. Greville (Red.), *Population Dynamics Proceedings of a Symposium Conducted By the Mathematics Research Center, the University of Wisconsin, Madison, 19-21. juni* (s. 251-296). New York: Academic Press

Statistics Norway does not have publishing rights for this article in electronic format.

A paper copy is available at Statistics Norway, Library and Information Centre.

<http://www.ssb.no/english/library/>

The article was originally published in:

Hoem, J. M. (1972). Inhomogeneous semi-Markov processes, select actuarial tables, and duration-dependence in demography. In: T. N. E. Greville (Ed.), *Population Dynamics Proceedings of a Symposium Conducted By the Mathematics Research Center, the University of Wisconsin, Madison, June 19-21* (pp. 251-296). New York: Academic Press

Utkommet i serien ART

Issued in the series Artikler fra Statistisk Sentralbyrå (ART)

- Nr. 1 Odd Aukrust: Investeringenes effekt på nasjonalproduktet *The Effects of Capital Formation on the National Product* 1957 28 s. Utsolgt
- " 2 Arne Amundsen: Vekst og sammenhenger i den norske økonomi 1920 - 1955 *Growth and Interdependence in Norwegian Economy* 1957 40 s. Utsolgt
- " 3 Statistisk Sentralbyrås forskningsavdeling: Skattlegging av personlige skattytere i årene 1947 - 1956 *Taxation of Personal Tax Payers* 1957 8 s. Utsolgt
- " 4 Odd Aukrust og Juul Bjerke: Realkapital og økonomisk vekst 1900 - 1956 *Real Capital and Economic Growth* 1958 32 s. kr. 3,50
- " 5 Paul Barca: Utviklingen av den norske jordbruksstatistikk *Development of the Norwegian Agricultural Statistics* 1958 23 s. kr. 2,00
- " 6 Arne Amundsen: Metoder i analysen av forbruksdata *Methods in Family Budget Analyses* 1960 24 s. kr. 5,00
- " 7 Arne Amundsen: Konsumelastisiteter og konsumprognoser bygd på nasjonalregnskapet *Consumer Demand Elasticities and Consumer Expenditure Projections Based on National Accounts Data* 1963 44 s. kr. 5,00 Utsolgt
- " 8 Arne Øien og Hallvard Borgenvik: Utviklingen i personlige inntekts-skatte 1952 - 1964 *The Development of Personal Income Taxes* 1964 30 s. kr. 5,00
- " 9 Hallvard Borgenvik: Personlige inntektsskatte i sju vest-europeiske land *Personal Income Taxes in Seven Countries in Western Europe* 1964 16 s. kr. 5,00
- " 10 Gerd Skoe Lettenstrøm og Gisle Skancke: De yrkesaktive i Norge 1875 - 1960 og prognoser for utviklingen fram til 1970 *The Economically Active Population in Norway and Forecasts up to 1970* 1964 56 s. kr. 6,00 Utsolgt
- " 11 Hallvard Borgenvik: Aktuelle skattetal 1965 *Current Tax Data* 1965 38 s. kr. 6,00 Utsolgt
- " 12 Idar Møglestue: Kriminalitet, årskull og økonomisk vekst *Crimes, Generations and Economic Growth* 1956 63 s. kr. 7,00
- " 13 Svein Nordbotten: Desisjonstabeller og generering av maskinprogrammer for granskning av statistisk primærmateriale *Decision Tables and Generation of Computer Programs for Editing of Statistical Data* 1965 11 s. kr. 4,00
- " 14 Gerd Skoe Lettenstrøm: Ekteskap og barnetall - En analyse av fruktbarhetsutviklingen i Norge *Marriages and Number of Children - An Analysis of Fertility Trend in Norway* 1965 29 s. kr. 6,00
- " 15 Odd Aukrust: Tjue års økonomisk politikk i Norge: Suksesser og mistak *Twenty Years of Norwegian Economic Policy: An Appraisal* 1965 38 s. kr. 6,00 Utsolgt
- " 16 Svein Nordbotten: Long-Range Planning, Progress- and Cost-Reporting in the Central Bureau of Statistics of Norway *Langtidsprogrammering, framdrifts- og kostnadsrapportering i Statistisk Sentralbyrå* 1966 17 s. kr. 4,00

- Nr. 17 Olav Bjerkholt: Økonomiske konsekvenser av nedrustning i Norge
Economic Consequences of Disarmament in Norway 1966 25 s.
kr. 4,00 Utsolgt
- " 18 Petter Jakob Bjerve: Teknisk revolusjon i økonomisk analyse og politikk? *Technical Revolution in Economic Analysis and Policy?* 1966 23 s. kr. 4,00
- " 19 Harold W. Watts: An Analysis of the Effects of Transitory Income on Expenditure of Norwegian Households 1968 28 s. kr. 5,00
- " 20 Thomas Schiøtz: The Use of Computers in the National Accounts of Norway *Bruk av elektronregnemaskiner i nasjonalregnskapsarbeidet i Norge* 1968 28 s. kr. 5,00
- " 21 Petter Jakob Bjerve: Trends in Quantitative Economic Planning in Norway *Utviklingstendensar i den kvantitative økonomiske planlegginga i Norge* 1968 29 s. kr. 5,00
- " 22 Kari Karlsen og Helge Skaug: Statistisk Sentralbyrås sentrale registre *Registers in the Central Bureau of Statistics* 1968 24 s. kr. 3,50
- " 23 Per Sevaldson: MODIS II A Macro-Economic Model for Short-Term Analysis and Planning *MODIS II En makroøkonomisk modell for korttidsanalyse og planlegging* 1968 40 s. kr. 4,50
- " 24 Olav Bjerkholt: A Precise Description of the System of Equations of the Economic Model MODIS III *Likningssystemet i den økonomiske modell MODIS III* 1968 30 s. kr. 4,50 Utsolgt
- " 25 Eivind Hoffmann: Prinsipielt om måling av samfunnets utdanningskapital og et forsøk på å måle utdanningskapitalen i Norge i 1960 *On the Measurement of the Stock of Educational Capital and an Attempt to Measure Norway's Stock of Educational Capital in 1960* 1968 60 s. kr. 5,00
- " 26 Hallvard Borgenvik: Aktuelle skattetal 1968 *Current Tax Data* 1969 40 s. kr. 7,00
- " 27 Hallvard Borgenvik: Inntekts- og formuesskattlegging av norske kapitalplasseringer i utlandet *Income and Net Wealth Taxes of Norwegian Investment in Foreign Countries* 1969 40 s. kr. 7,00
- " 28 Petter Jakob Bjerve og Svein Nordbotten: Automasjon i statistikkproduksjonen *Automation of the Production of Statistics* 1969 30 s. kr. 7,00
- " 29 Tormod Andreassen: En analyse av industriens investeringsplaner *An Analysis of the Industries Investment Plans* 1969 26 s. kr. 5,00
- " 30 Bela Balassa og Odd Aukrust: To artikler om norsk industri *Two Articles on Norwegian Manufacturing Industries* 1969 40 s. kr. 5,00
- " 31 Hallvard Borgenvik og Hallvard Flø: Virkninger av skattereformen av 1969 *Effects of the Taxation Reform of 1969* 1969 35 s. kr. 7,00 Utsolgt
- " 32 Per Sevaldson: The Stability of Input-Output Coefficients *Stabilitet i kryssløpskoeffisienter* 1969 40 s. kr. 7,00
- " 33 Odd Aukrust og Hallvard Borgenvik: Inntektsfordelingsvirkninger av skattereformen av 1969 *Income Distribution Effects of the Taxation Reform of 1969* 1969 29 s. kr. 7,00
- " 34 Odd Aukrust og Svein Nordbotten: Dataregistrering, dataarkiver og samfunnsforskning *Data Registration, Data Banks and Social Research* 1970 43 s. kr. 7,00

- Nr. 35 Odd Aukrust: PRIM I A Model of the Price and Income Distribution Mechanism of an Open Economy *PRIM I En modell av pris- og inntektsfordelingsmekanismen i en åpen økonomi* 1970 61 s. kr. 7,00
- " 36 Arne Amundsen: Konsumets og sparingens langsiktige utvikling *Consumption and Saving in the Process of Long-Term Growth* 1970 18 s. kr. 5,00
- " 37 Steinar Tamsfoss: Om bruk av stikkprøver ved kontoret for intervjuundersøkelser, Statistisk Sentralbyrå *On the Use of Sampling Surveys by the Central Bureau of Statistics, Norway* 1970 46 s. kr. 7,00
- " 38 Svein Nordbotten: Personmodeller, personregnskapssystemer og persondataarkiver *Population Models, Population Accounting Systems and Individual Data Banks* 1970 28 s. kr. 7,00
- " 39 Julie E. Backer: Variasjoner i utviklingen hos nyfødte barn *Variations in the Maturity Level of New Born Infants* 1970 36 s. kr. 7,00
- " 40 Svein Nordbotten: Two Articles on Statistical Data Files and Their Utilization in Socio-Demographic Model Building *To artikler om statistiske dataarkiver og deres bruk i sosio-demografisk modellbygging* 1971 30 s. kr. 7,00
- " 41 Per Sevaldson: Data Sources and User Operations of MODIS, a Macro-Economic Model for Short Term Planning *Datagrunnlag og brukermidvirkning ved MODIS, en makroøkonomisk modell for planlegging på kort sikt* 1971 31 s. kr. 7,00
- " 42 Erik Biørn: Fordelingsvirkninger av indirekte skatter og subsidier *Distributive Effects of Indirect Taxes and Subsidies* 1971 42 s. kr. 5,00
- " 43 Hallvard Borgenvik og Inger Gabrielsen: Aktuelle skattetall 1970 *Current Tax Data* 1971 53 s. kr. 7,00
- " 44 Vidar Ringstad: PRIM II En revidert versjon av pris- og inntektsmodellen *Prim II A Revised Version of the Price and Income Model* 1972 43 s. kr. 7,00
- " 45 Jan M. Hoem: Purged and Partial Markov Chains *Lutrede og partielle Markovkjeder* 1972 16 s. kr. 5,00
- " 46 Jan M. Hoem: Two Articles on the Interpretation of Vital Rates *To artikler om tolking av befolkningsrater* 1972 33 s. kr. 7,00
- " 47 Inger Gabrielsen: Aktuelle skattetall 1972 *Current Tax Data* 1972 58 s. kr. 8,00
- " 48 Vidar Ringstad: Om estimering av økonomiske relasjoner fra tverrsnitts-, tidsrekke- og kombinert tverrsnitts tidsrekke - data *On the Estimation of Economic Relations Using Cross Section-, Time Series - and Combined Cross Section - Time Series - Data* 1972 26 s. kr. 7,00
- " 49 Jan M. Hoem: On the Statistical Theory of Analytic Graduation *Statistisk teori for analytisk glatting* 1972 41 s. kr. 7,00
- " 50 Henry M. Peskin: National Accounting and the Environment *Nasjonalregnskap og miljøverdier* 1972 60 s. kr. 8,00
- " 51 Eivind Gilje: Analytic Graduation of Age-Specific Fertility Rates *Analytisk glatting av aldersspesifikke fødselsrater* 1972 49 s. kr. 8,00

- Nr. 52 Jan M. Hoem og Arne Rideng: Kommentarer til Statistisk Sentralbyrås framskrivning av folkemengden i kommunene 1972-2000 *Comments to the Regional Population Projections for Norway* 1972 29 s. kr. 7,00
- " 53 Juul Bjerke: Estimering av konsumfunksjoner på grunnlag av nasjonalregnskapsdata 1865-1968 *Estimating Consumption Functions from National Accounts Data* 1972 60 s. kr. 8,00
- " 54 Jan M. Hoem: Usikkerhet ved befolkningsprognoser *Inaccuracy of Population Projections* 1973 63 s. kr. 8,00
- " 55 Erik Biørn: Prognoser for de langsiktige endringer i sammensetningen av det private konsum *Long Term Forecasts for the Changes in the Composition of the Private Consumption* 1973 63 s. kr. 8,00

Publikasjonen utgis i kommisjon hos
H. Aschehoug & Co., Oslo, og er til salgs hos alle bokhandlere
Pris kr. 8,00